**Развитие творческого мышления и творческих способностей учащихся на уроках математики.**

 **Содержание.**

1. Обоснование выбранной темы.
2. «Красивая» задача, её роль в развитии творческих способностей обучающихся.
3. От красивого решения к общим методам решения задач.
4. Различные способы решения одной задачи - путь к развитию творческого мышления.
5. Урок - мастерская (на примере темы «Серединный перпендикуляр»).
6. Дополнительные возможности планиметрических задач (на примере темы «Движение»).
7. Элементы творческой деятельности обучающихся при решении занимательных задач.
8. Литература.

«Железо ржавеет, не находя себе применения, стоячая вода гниет или на холоде замерзает, а ум человека, не находя себе применения, чахнет».

Леонардо да Винчи

Глава 1

Очень многие люди считают, что математика - это скучная наука, в которой все настолько логично, законно, доказуемо, что в ней нет места творчеству, изяществу и красоте. Так же и у учеников чаще всего наблюдается прагматическое отношение к математике - выучить, чтобы в дальнейшем сдать экзамены в школе, а за тем в ВУЗе. Одним из объяснений этого потребительского отношения является притупление познавательного интереса, прекрасного качества, подаренного человеку природой. Ученики перестали ощущать и ценить (а может быть и никогда и не чувствовали) внутрипредметную красоту математики, силу её эмоционального воздействия. Почти все люди признают огромное знание математики в современном обществе. Но интерес к математике - удел не многих. Конечно, он проявляется у людей, профессионально занимающихся математикой, и у любителей которые занимаются ею лишь в свободное время. Но всех их роднит не только признание пользы и значимости математики, но и вкус к математике, умение видеть её красоту, изящество её теорем, задач, методов. И вот перед учителем математики стоит одна из задач, при обучении учащихся - привитие вкуса, т.е. эстетическое воспитание учащихся через решение «красивых» задач, в процессе чего развивается и творческая деятельность ребят.

 Глава 2.

 В чём же состоит красота математики? Почему одно решение задачи оставляет нас лишь спокойно удовлетворёнными, тогда как другое вызывает эмоциональный подъём, поражает смелостью замысла и изяществом?
Красивое решение должно нас чем-то удивить, должно быть в чём-то неожиданным. Но одной необычайностью красоту математического рассуждения не объяснишь. Если ученик не заметил хотя бы стандартного подхода к задаче и совершенно неожиданно для всех - стал трудным, окольным путём достигать результата, то это решение не вызывает хорошего эмоционального всплеска. Одной необычности мало. Ведь если мы хотим понять некоторое явление, яснее его представить, то мы прибегаем к наглядной модели изучаемого явления. Наглядная модель должна правильно отражать те основные черты явления, которые подлежат изучению. Основным требованием к модели является ее простота для восприятия, для оперирования с нею.

Благодаря простоте модели можно легче сделать необходимые выводы. При решении любой непростой задачи учащиеся составляют для себя наглядную модель описываемого в задаче явления.

Здесь и проявляется творческий подход к решению задачи. Удачный выбор наглядной модели нередко предопределяет успех дела, а необычность этой модели, её неожиданность воспринимаются как красота и изящество решения.

 Очень часто приходится видеть то, как учащиеся пытаются решить трудную задачу, но не знают как. Вдруг кто- то находит выход из положения и рассказывает о своем решении. А если для решения данной задачи приходилось использовать не одну теорему, а их комбинацию, то такое решение очень впечатляет, как настоящее произведение искусства.

 Итак, красота математического рассуждения складывается из наглядности и неожиданности. Всё это влечет за собой развитие творческой деятельности у учащихся: заставляет их думать, сопоставлять различные методы, искать иные формулировки, находить связи с другими разделами математики. Именно такие задачи и красота их решений воспитывают хороший вкус и математическую культуру. Решение задачи - одно из основных средств математического развития школьников. Каждая математическая задача служит конкретным целям обучения, но основная её цель - развитие творческого и математического мышления учащихся, повышение их интереса к математике. Этому способствуют, прежде всего, так называемые «красивые задачи».

 В понятии «красивая задача» всегда присутствует элемент субъективизма. Тем не менее, понятие «изящное решение» задачи, «красивый вывод» и так далее являются в математике общепринятыми. Общепринято, что восприятие эстетической стороны математической задачи, в частности задачи геометрической, доступно почти каждому ученику, если только учителем математики поощряются поиски самостоятельных путей и приемов рационального решения. Для того чтобы обучающиеся осознали эстетику задачи, необходимо знакомить ребят с различными способами решения одной задачи. Восприятие эстетической стороны задачи начинается с условия и чертежа. Поэтому содержание условия должно вызывать интерес, чертеж должен соответствовать значению слова «красивый», то есть доставляющий наслаждение, приятный внешним видом, гармоничностью, стройностью. Математическая задача способствует формированию и развитию эстетического вкуса учащихся в том случае, если она отвечает определенным требованиям, а именно: 1) условие задачи должно быть интересно школьнику, если задача геометрическая, то чертеж должен быть «красивый»;

2) задача может устанавливать интересный факт, порой неожиданный;

3) такая задача должна обладать большой степенью общности;

4) в решении задачи обязательно нужно спрятать «изюминку», чтобы оно было наглядно и удивительно просто.

 Желательно, чтобы было несколько способов решения.

 Формируя и развивая эстетический вкус обучающихся при решении «красивых» задач, учитель помогает школьникам более полно воспринять красоту математики вообще, повышает их математическую и общую культуру.

 Рассмотрим некоторые задачи, которые привлекают обучающихся прежде всего условием (красивый узор). А так же выполняются простейшие построения (деление отрезка пополам и т.д.) лишь с помощью циркуля и линейки.

В классах постарше можно провести урок - диспут «Что же такое «красивая» задача?»

 Глава 3.
 Очень часто неожиданно найденный красивый приём решения задачи превращается в более или менее общий метод, если он оказывается приложимым к некоторому классу сходных задач. Так школьный курс математики знакомит учащихся с некоторыми общими методами, позволяющими переформулировать задачу на ином языке, найти наиболее наглядную модель, удобную для решения задачи. Таковы метод перемещений и векторный метод в геометрии, графический метод решения алгебраических задач, метод исследования функции с помощью производной и т.д.

 Глава 4.
При решении геометрических задач важно показать учащимся различные методы решения одной и той же задачи. Только при их сопоставлении можно выбрать красивый и рациональный путь решения, а так же при таком подходе к решению задач будут развиваться творческие способности учащихся. Особенно полезно решать такие задачи на уроках повторения в конце учебного года, когда учащиеся знают уже все методы решения задач. Покажем это на примере решения планиметрической задачи. (Можно провести урок под названием «В одной задачи - вся планиметрия»).

**Задача.** Площадь трапеции ABCD равна 30 кв.ед. Точка P– середина боковой стороны AB. Точка K взята на CD так, что CK: KD= 1:2. Прямые AK и PD пересекаются в т. О. Найти площадь треугольника APO , если AD= 2BC.

  *B C*

 *P H O K*

 A D

 Ключом решения задачи является нахождение отношения PO/ PD , т. к.

**S∆**APO=1/2 PO\*AH; **S∆**APD= 1/2PD\*AH, тогда

**S∆**APO/ **S∆**APD = PO/ PD, значит **S∆**APO= (**S∆**APD\* PO)/ PD.

Итак, необходимо найти **S∆**APO и PO/ PD. В этом состоит предварительная задача по условию данной задачи.

1. Рассмотрим нахождение **S∆**APD .

 B C

 P K

 O

 A D

 F E

 Пусть ВС=а, тогда АD=2а, ВЕ=h , то **S**□ABCD= 1/2 (BC+AD)\*BE=3a/2\*h=30.

 Отсюда, а\*h =20.

PF перпендикулярно к AD, так как P- середина AB, то PF=1/2BE=h/2.

Тогда **S∆**APD=1/2A D\*PF=1/2\*2а\*h/2= ah/2. Так как аh=20, то **S∆**APD=20/2=10 (кв. ед.)

1. Итак, осталось найти РО/РD.

Здесь ребятам можно предложить 2 способа нахождения РО/РD:

1 способ – достроить трапецию ABCD до параллелограмма (продолжить АК до пересечения с ВС в точке Е);

2 способ - достроить трапецию до треугольника AMD , где точка М - точка пересечения прямых АВ и СD . Покажу их способы решения:

1. В С Е

 P M K

 O

 A D

Продолжим АК до пересечения с ВС в точке Е. Треугольник **∆**СКЕ~ **∆**АКD , причем СК/КD= ½ по условию. Тогда СЕ= ½ АD , АD =2ВС, и АD =ВЕ, значит АВСD –параллелограмм. Диагонали АЕ и ВD пересекаются в точке М. АМ - медиана треугольника ВDА. Значит РО/ОD =1/2. (2)

 B C

 K

 P

 F O

 A D

Рассмотрим треугольник АМD. Так как ВС= ½ АD и ВС // АD , то ВС - средняя линия треугольника АМD . По условию АР= РВ, тогда АМ= 4АР, то есть МР/АР=3/1.

Так как СК/КD = ½ и МС = ½ МD =МК/КD = 2/1.

Итак, из соотношения МР/АР=3/1 и МК/КD = 2/1 надо найти отношение РО/ОD .

Построим РF/ /МD . Тогда треугольник **∆**РОF ~**∆**КОD .

Значит РО/ОD =РF / КD . (\*\*)

Треугольник **∆**РАF ~**∆**МАК, значит РF/КМ=АР/АМ (\*\*\*)

Из (\*\*) и (\*\*\*) следует, что РО/ОD =РE/К D=(КМ\*АР)/(АМ\*КD);

И наконец, последний шаг в решении задачи выполняем всем классом.

Так как РО/ОD =1/2, то РО/РD =1/3, значит **S∆**APO=1/3\* S**∆**APD=10/3=$3\frac{1}{3}$(кв.ед.)

Ответ:$ 3\frac{1}{3} $кв.ед.

Обсуждая каждое решение, класс приходит к выводу: более рациональный, красивый, простой способ решения - это первый способ.

 В результате этой задачи обучающиеся не только показали знание основных способов решения планиметрических задач, но и увидели эстетику задачи, развивали свои творческие способности.

 Глава 5

Развитие творческой деятельности обучающихся особенно ярко проявляется при проведении уроков, на которых ребята самостоятельно приходят к каким- либо теоретическим знаниям с помощью эксперимента.

Например, такими уроками являются уроки - мастерские, которые, по мнению И. Мухиной, заведующей центром педагогического мастерства в Санкт- Петербурге в университете педагогического мастерства, являются процессом взаимодействия взрослых и детей, целью которого - личностный рост каждого ученика. На уроке - мастерской ученик поставлен перед проблемой выбора, на него возложена нравственная ответственность за этот выбор. Результатом деятельности учителя и ученика является процесс выполнения творческих заданий, стимулирующих творчество ребенка, развивающих интерес к математике, математическую культуру, а как следствие всего этого - идет развитие заложенных в нем качеств.

Рассмотрим проведение урока - мастерской на тему «Серединный перпендикуляр отрезка». (Геометрия 8 класс.)

Ход урока:

Класс разбит на группы по 4- 5 человек.

Перед всеми ставится проблема: «Где жители трех сельских домов должны выкопать колодец, чтобы он находился на одинаковом расстоянии от каждого дома?»

Учитель предлагает на листе бумаги обозначить три дома и начать поиск. И начинается работа в группах. Через некоторое время одна из групп предлагает свое решение проблемы или какие- либо идеи. Если идей нет, то дается «толчок»- начертите отрезок, постройте точку, равноудаленную от концов полученного отрезка. Постройте еще 3- 4 таких точки. Обсуждение продолжается. Через некоторое время обсуждение останавливается учителем, и предлагается следующая задача: без карандаша и ручки отметить на листе бумаги место, где лежат все точки, равноудаленные от концов отрезка. Обсудить результат поиска в группах. Затем учитель вводит термин «серединный перпендикуляр», предлагает группам дать определение этого термина, сформулировать свойство серединного перпендикуляра. После прослушивания каждой группы, предлагается доказать свойство серединного перпендикуляра. И в итоге - заслушивается окончательное решение задачи, поставленной в начале урока. На основании сделанных выводов - решить задачу: каждый ученик берет лист бумаги и ручку. Требуется расположить лист бумаги так, чтобы любая его точка была равноудалена от концов ручки. В качестве домашнего задания даётся творческое задание: какие «проблемы» серединного перпендикуляра не удалось решить, попробуйте сформулировать их и решить. Результат работы: (урока) 1) никто не заставляет детей работать, не указывает (лишь советует);

2) «свет в конце туннеля» они увидели сами;

3) учитель предоставил им возможность совершить интеллектуальное путешествие, хотя был всегда рядом в качестве помощника;

4) к истине подошли самостоятельно путем экспериментального «нащупывания»;

 Как следствие - интерес к предмету математики и развитие творческих способностей. Отношения между учителем и учениками являются здесь отношением равенства, взаимопонимания и взаимовоспитания. Решение задачи, появившееся к концу урока у учащихся в тетрадях, предлагается такое. Точки А, В, С - изображения домов, точка О - искомый колодец.

 А О

 С

 В

 Глава 6
Развитие интереса к предмету математики, а так же творчество учащихся можно реализовать в процессе изучения темы «Перемещение. Симметрия. Параллельный перенос». Это можно делать уже, начиная с решения задач в 5 классе, причем, не изучая ещё вышеуказанную тему, но находя её элементы в решении задач на другую тему, например, при изучении натуральных чисел (разложение на множители).

**Задача.**  Можно ли разложить на два равных множителя числа 40, 400, 2000, 10000? Решение: Очевидно, что для чисел 400 и 10000 такое разложение существует: 400= 20\*20; 10000=100\*100. Число 40 разложить на два одинаковых множителя нельзя, т.к. 6\*6˂ 40 ˂ 7\*7, а между числами 6 и 7 других натуральных чисел не существует. А вот неразложимость числа 2000 не совсем очевидна: 40\*40 ˂ 2000 ˂ 50\*50. Между числами 40 и 50 заключено 9 натуральных чисел, и может быть, произведение одного из них на себя даёт 2000? Нет, конечно, но это утверждение требует доказательства, которое проводится путем перебора.

Так как 2000 оканчивается нулем, то достаточно показать, что произведение любого натурального числа (от 40 до 50) на себя нулем оканчиваться не может. 41\*41→ 1; 42\*42→; 43\*43→9; 44\*44→6; 45\*45→5; 46\*46→ 6; 47\*47→ 9; 48\*48→ 4; 49\*49→1.

Задача решена, но можно вот здесь и пофантазировать на тему симметрии. Выпишем цифры, на которые оканчивается все произведения: 1, 4, 9, 6, 5, 6, 9, 4, 1.
Учитель задаёт вопрос учащимся: «Что можно заметить в этом наборе цифр?» Ученики быстро говорят, что все цифры расположены одинаково по отношению к 5. Т.е. подмечена закономерность, что способствует развитию творческого мышления. Теперь классу предлагается нарисовать узор по правилу: каждой цифре из полученного выше ряда поставить в соответствие какую-нибудь геометрическую фигуру, причём одинаковым цифрам соответствует одинаковая фигура. И ребята придумали массу узоров, каждый из которых восхищает своей симметричностью. Итак, при решении этой задачи ребята имели возможность рассуждать логически, найти закономерность, получить начальные сведения о симметрии и увидеть, как она связана с нашими понятиями о красоте. Полученный орнамент, и сам по себе переход от числовых закономерностей к геометрическим дают представление обучающимся о красоте в математике, служат развитию их творческих способностей и математической культуры.

Эстетический потенциал школьной математики в большей мере проявляется в так называемых красивых заданиях на координатной плоскости, практикуемых преимущественно в 6-х классах. Они неизменно вызывают интерес у детей среднего школьного возраста, прежде всего потому, что просты по форме и разнообразны по внешнему облику, ведь на рисунках изображен не только отдельный объект, но и целые сюжеты. Такие задания пробуждают фантазию учеников, заставляют воочию увидеть связь красоты и математики, непосредственно соприкоснуться с миром прекрасного прямо на уроке в процессе выполнения учебно-познавательного задания. В практике обучения математике задачи на координатной плоскости чаще всего формируются так: «Построй точки по заданным координатам, соедини их отрезками подходящим образом, и ты получишь фигуру, изображающую…» Можно дать творческие задания на самостоятельное составление какой- либо фигурки и определение координат её узловых точек.

Математическое содержание таких заданий достаточно тривиально: за внешней выразительностью скрываются обычные упражнения на фиксирование точек плоскости при помощи координат. Фактически дидактическая цель таких заданий состоит в отработке двух умений: умение определять координаты точек, заданных на координатной плоскости, и умение строить точки по их координатам.

Т.к. тема «Координатная плоскость невелика, то такие задания можно с успехом применять при опережающем ознакомлении школьников с геометрическими преобразованиями, с элементарными преобразованиями графиков функций.

К составлению аналогичных заданий полезно привлекать самих школьников, объединяя их в творческие микро-группы. При изучении начальных сведений темы «Симметрия и параллельный перенос» (5-6 класс) и более глубоком изучении (в 9 классе) прекрасным материалом для вовлечения учащихся в интересную, содержательную и поучительную деятельность являются паркеты. В данном случае занимательность имеет не внешний, формальный характер, а побуждает учеников к выяснению сути изучаемого материала. Замечательные паркеты были придуманы голландским художником. Элементами паркета служат фигуры птиц, животных и т.д.

Простейшим видом паркета является такой, в котором плоскость заполняется фигурами с помощью параллельного переноса, симметрии. Паркеты можно использовать разнообразно. В 5-6 классах полезно предложить учащимся фигурку-элемент из картона, с тем, чтобы они заполнили ею плоскость. Это способствует формированию у школьников геометрического видения. При изучении векторов в 9 классе так же можно использовать паркеты, приведенные выше. При изучении темы «Площади плоских фигур» паркеты используются для иллюстрации идей, состоящей в том, что за единицу площади может быть выбрана произвольная фигура, такая, как элемент паркета.

В результате такой постепенной работы, начиная с 5 класса, заканчивая в 9 классе, получается хороший результат: тема «Преобразование на плоскости» усваивается гораздо легче и качественнее. Работая над этой темой, у учащихся развивается интерес к предмету и творческую деятельность.

 Глава 7

Творческая деятельность учащихся, направленная на творческое понимание усваиваемого материала и порождение новых способ действия, её развитие зависит от наличия трех составляющих мышления:

1) Сформированность элементарных мыслительных операций анализа и синтеза; сравнение, аналогии; классификации.

2)Активность мышления (выдвижение гипотез, идей и т.д.)

3)Организованность и целенаправленность мышления (выделение существенного в явлениях).

Таким образом, задача учителя сводится к формированию указанных компонентов мышления. При этом инструментом должна выступать творческая задача. Их используют для формирования элементов творческой деятельности. Весь занимательный материал объединяет следующее:

1) Неизвестность способа решения занимательных задач.

2) Занимательные задачи способствую поддержанию интереса к предмету, и играют роль в мотивах деятельности учащихся. (Необычность сюжета, способы решения задачи находят эмоциональный отклик у ребят).

3) Занимательные задачи составлены на основе законов мышления.

Используя занимательные задачи с геометрическим содержанием в 5-6 классе, можно реализовывать вышеуказанные идеи, преследуя следующие идеи:

1) формирование и дальнейшее развитие мыслительных операций: анализа, синтеза, сравнения, аналогий и т.д.

2) развитие и тренинг мышления вообще и творческого в частности;

3) поддержание интереса к предмету, к деятельности учащихся вообще;

4) развитие качеств творческой личности, таких, как познавательная активность, упорство в достижении цели, самостоятельность;

5) подготовка обучающихся к творческой деятельности (творческое усвоение знаний, способов действий, умение переносить знания и способы действий в незнакомые ситуации).

В результате решения таких задач уровень усвоения знаний обучающихся геометрического (и не только) материала повысился, появился интерес к урокам математики. Ребята учатся проводить логические рассуждения, делают обоснованные выводы, не затрудняются в различении геометрических фигур.

 Литература.

1. Болтянский В. Г. «Математическая культура и эстетика». Журнал «Математика в школе» № 2/ 1982 г.
2. Зенкевич И.Г.«Эстетика урока математики». М. Просвещение, 1981 г
3. Кованцов М. И. «Математика и романтика», Киев. Высшая школа, 1980 г.
4. Рощина Н.Л. «О воспитании эстетического вкуса учащихся при решении планиметрических задач», «Математика в школе» № 2/ 1997 г.
5. Якир М. С. «Что же такое красивая задача?», «Математика в школе» № 6/ 1989г.
6. Гусева Н.В., Зайкин М.И. «Дополнительные возможности красивых заданий». «Математика в школе» № 1 /1999 г.
7. Зив Б. «Урок одной задачи». «Математика», приложение к газете «1 сентября» № 1 /1999 г.
8. Цукарь А. Геометрические преобразования», «Математика» № 47 /1999 г.
9. Василевский А.Б. «Задания для внеклассной работы по математике». Минск «Народная асвета», 1988 г.
10. Сергеев И.Н. и др. «Примени математику», М. Наука, 1989 г.
11. «Математика» № 26 /2000; № 38 /2000; № 41 / 2000 г., статьи о творческой деятельности учащихся.