Муниципальное бюджетное общеобразовательное учреждение Калангуйская средняя общеобразовательная школа

**Занимательные**

**математические задачи**

*Методические рекомендации для проведения*

*дополнительных занятий в 5-6 классах*

***Часть 1***

Калангуй 2015

Занимательные математические задачи. Методические рекомендации для проведения дополнительных занятий в 5-6 классах. Составлено в 2-х частях

 Составитель В.В. Матафонова, 2015г. Часть 1.

Пособие предназначено для учащихся 5-6-х классов общеобразо-

вательных школ, желающих расширить и углубить свои знания и

умения в математике как школьной, так и олимпиадной. А также учителям математики – как источник материалов для дополнительных, более углубленных занятий по математике.

Оглавление

[Система логических задач для 5-6 классов 4](#_Toc438549031)

[Задачи, решаемые методом «здравых рассуждений» 4](#_Toc438549032)

[Задачи, решаемые с помощью таблиц 10](#_Toc438549033)

[Задачи, решаемые построением графов 17](#_Toc438549034)

[Примеры использования моделей при решении задач. 20](#_Toc438549035)

# Система логических задач для 5-6 классов

## Задачи, решаемые методом «здравых рассуждений»

1. Имеются 9 кг крупы и гири в 50 и 200 г. Как отме­рить в три приема на чашечных весах 2 кг крупы?
2. Требуется разделить 7 одинаковых яблок поровну меж­ду 8 приятелями. Как сделать так, чтобы разрезов пришлось произвести возможно меньше? А если бы эти яблоки пришлось разделить между 12 приятелями?
3. Четырем колхозникам нужно было переправиться че­рез реку. Подойдя к ней, они увидели небольшую лодку, в ко­торой плыли два мальчика. Колхозники попросили мальчиков перевезти их через реку, но оказалось, что в лодку могут" сесть только два мальчика или же один взрослый. Мальчикам очень хотелось помочь колхозникам, и они придумали, как это можно сделать. Через некоторое время колхозники на этой лодке переправились через реку. Что же придумали маль­чики?
4. Можно ли расставить на столе 4 пустые молочные бу­тылки так, чтобы горлышки их находились на одном и том же расстоянии друг от друга? (Бутылки можно ставить и вверх дном.)
5. Вот что рассказал один человек: «Проснувшись сегод­ня утром, я посмотрел на свои стенные часы. Они стояли. Дру­гих часов у меня не было. Радио молчало. Я подумал, как мне правильно поставить свои часы, и вот что я сделал. Встав, я от­правился к приятелю, живущему через два квартала от меня. Придя к нему, я сразу же посмотрел на часы, которые шли пра­вильно. Побеседовав немного с приятелем, я простился с ним, посмотрел на его часы еще раз и пошел домой. Как только при­шел домой, я немедленно поставил свои часы и поставил их почти точно. Как я это сделал? Догадайтесь».
6. Как тремя взвешиваниями на чашечных весах без гирь найти одну фальшивую (более легкую) монету из 20 монет?
7. Трое соревновались, кто из них самый сообразительный. Они обратились за решением спора к мудрецу. Тот показал им пять колпаков: три белых и два черных. Он завязал им глаза и надел на каждого по белому колпаку, а черные колпаки спрятал. Затем он развязал им глаза и сказал: "Кто из вас первым догадается, какого цвета на нем колпак, тот самый сообразительный". Какие колпаки должен надеть мудрец на головы соревнующимся, чтобы все участники были в равных условиях?
8. По лесу гуляли три папы со своими дочерьми. У первого папы было две дочери, а у второго и третьего по одной. Шумная компания подошла к речке и захотела переправиться на другой берег. В их распоряжении была всего одна двухместная лодка. Как им осуществить переправу, если капризные девочки наотрез отказались ехать в лодке или быть на берегу с одним или двумя чужими папами без своего папы?
9. Имеется 8 кг фасоли и чашечные весы без гирь. Как отвесить с их помощью 3 кг фасоли?
10. На двух чашах весов стояли 24 гири: на левой чаше — пятикилограммовые, а на правой — трёх­килограммовые. Весы находились в равновесии. Сколько гирь могло быть на каждой чаше?
11. Заходит в магазин покупатель, выбирает товар стоимостью 20 рублей, даёт продавцу сторублёвку. Смотрит продавец — нету сдачи. Пошёл в соседний отдел, разменял сотню. Отдал покупателю товар и сдачу. Ушёл покупатель. Вдруг прилетает продавец из соседнего отдела, приносит ту сотню. Фальшивка! Отдал наш продавец ему свою сотню. На сколько в итоге прогорел наш горе-продавец?
12. Мачеха, уезжая на бал, дала Золушке мешок, в котором были перемешаны мак и просо, и велела перебрать их. Когда Золушка уезжала на бал, она оставила три мешка: в одном было просо, в другом — мак, а в третьем — еще не разобранная смесь. Чтобы не перепутать мешки, Золушка к каждому из них прикрепила по табличке: "Мак", "Просо" и "Смесь". Мачеха вернулась с бала первой и нарочно поменяла местами все таблички так, чтобы на каждом мешке оказалась неправильная надпись. Ученик Феи успел предупредить Золушку, что теперь ни одна надпись на мешках не соответствует действительности. Тогда Золушка достала только одно-единственное зернышко из одного мешка и, посмотрев на него, сразу догадалась, где что лежит. Как она это сделала?
13. — У меня зазвонил телефон.
— Кто говорит?
— Слон.
А потом позвонил Крокодил, а потом позвонили Зайчатки, а потом позвонили Мартышки, а потом позвонил Медведь, а потом позвонили Цапли...
Итак, у Слона, Крокодила, Зайчаток, Мартышек, Медведя, Цапель и у меня установлены телефоны. Каждые два телефонных аппарата соединены проводом. Как сосчитать, сколько для этого понадобилось проводов?
14. Винни-Пух решил позавтракать. Он налил себе стакан чая и добавил сливок из большого кувшина. Но как только он перемешал сливки и чай, то понял, что хочет пить чай без сливок.
Недолго думая, он вылил из стакана в кувшин столько же чая со сливками, сколько сначала взял оттуда сливок. Конечно же, при переливании чай от сливок не отделился, и у Винни-Пуха образовались две смеси чая и сливок — в стакане и в кувшине. Тогда Винни-Пух задумался: чего же получилось больше — чая в кувшине со сливками или сливок в стакане чая? А как думаете Вы?
15. Лиза на 8 лет старше Насти. Два года назад ей было втрое больше лет, чем Насте. Сколько лет Лизе?
16. Имеются чашечные весы, любые гири и десять мешков с монетами. Все монеты во всех мешках одинаковы по внешнему виду, но в одном из мешков все монеты фальшивые и каждая весит по 15 г, а в остальных девяти мешках все монеты настоящие и каждая весит по 20 г. Как при помощи одного взвешивания определить, в каком мешке фальшивые монеты?
17. Кузнецу принесли 5 обрывков цепи, по 3 звена в каж­дом, и попросили соединить их в одну цепь. Кузнец задумался, как выполнить этот заказ проще. Сколько же звеньев нужно разъединить, а затем вновь соединить, чтобы все обрывки образовали одну цепь? Подумав, кузнец приступил к делу и, рас­крыв только три звена, выполнил заказ. Как это сделал кузней?
18. Из 5 кусков цепи, состоящих соответственно из 10, 9, 7, 4 и 3 звеньев, нужно составить одну цепь в 33 звена. Как это сделать так, чтобы пришлось возможно меньше сделать разрезов и последующих сварок?
19. На постоялый двор приехал путешественник. Денег у него с собой не было, но была серебряная цепочка из шести звеньев. Хозяин гостиницы согласился принять в оплату номера за каждый день одно звено этой цепочки, но так, чтобы распи­ленных звеньев он получил не более одного. Как путешествен­нику следует распилить цепочку, чтобы можно было распла­титься с хозяином постоялого двора в течение пяти дней?
20. На сборе одного пионерского отряда затейники взяли пять одинаковых по размерам квадратиков бумаги: два из них белого цвета, а три — красного. Затем поставили рядом трёх пионеров: Васю, Колю и Петю, — попросили каждого из них отвести одну руку за спину, и каждому так, чтобы он не видел, вложили в эту руку квадратик красного цвета, а остальные два квадратика убрали. После этого каждому из трех пионеров раз­решили посмотреть, какого цвета квадратики в руках у двух остальных, а затем каждому было предложено быстро сооб­разить, не отводя руки из-за спины, какого цвета у них квад­ратик. Коля первым догадался. Как он рассуждал?
21. Требуется поджарить 3 ломтика хлеба. На сковороде умещаются лишь два ломтика. На поджаривание ломтика с одной стороны требуется 1 мин. За какое кратчайшее время можно поджарить с двух сторон все 3 ломтика? (Время на перевертывание и перекладывание ломтиков можно в расчет не принимать.)
22. Имеются неверные (неравноплечие) чашечные весы. Пользуясь ими, весовщик должен определить массу некоторого груза. Может ли весовщик достаточно точно найти массу этого груза с помощью двух измерений: кладя сначала груз на одну чашку весов и гири на другую, а затем груз на вторую чашку и гири на первую? (Массой чашек по сравнению с массой груза можно пренебречь.)
23. Чтобы отвесить 2 кг крупы на неверных чашечных весах, хозяйка поступила так: сначала гирю в 1 кг она положи­ла на одну чашку весов и отвесила крупу, затем эту гирю по­ложила на другую чашку и отвесила крупу. Ссыпав вместе отвешенную крупу, она решила, что масса ее в точности равна 2 кг. Так ли это?
24. На реке во время половодья оторвало от берега и унесло большую лодку, на которой перевозили через реку окрестных жителей. У перевозчика осталась лишь одна маленькая лодка, на которой можно переправить либо одного взрослого, либо двух мальчиков, которые всегда помогали перевозчику переправлять народ. В это время к реке подошла партия землекопов. Поразмыслив немного, все землекопы ухитрились переправиться через реку именно на этой лодке. Как им удалось это сделать?
25. Мужичку надо переправить через реку волка, козу и капусту.Да вот беда: лодка так мала, что в ней может поместиться только мужичок, а с ним либо волк, либо коза, либо капуста. Дело услож­няется еще тем, что при переправе волка нельзя оставить с козой, так как он ее съест. Капусту также нельзя оставить с козой, так как коза съест капусту. Мужичок думал-думал, но все-таки перевез всех на другую сторону. Как мужику удалось это сделать?
26. Из трех одинаковых по виду колец одно несколько легче других. Как найти его одним взвешиванием на чашечных весах?
27. Имеются девять пластин и двухчашечные весы. Одна из пластин легче других, но по виду они одинаковы. Как с помощью двух взвешиваний найти более легкую пластину?
28. Среди 27 монет одна фальшивая. Как найти фальшивую монету с помощью трех взвешиваний на весах с чашечками без гирь, если известно, что фальшивая монета тяжелее, чем настоящая?
29. Известно, что из четырех одинаковых по виду колец одно несколько отличается по весу от других, но не известно, легче оно или тяжелее. Как найти его не более чем двумя взвешиваниями на чашечных весах?
30. Из 75 одинаковых по виду колец одно кольцо по весу несколько отличается от других. Как за два взвешивания на чашечных весах определить, легче или тяжелее это кольцо, чем остальные?
31. Имеются чашечные весы без гирь и 3 одинаковые по внешнему виду монеты, одна из которых фальшивая: она легче настоящих (настоящие монеты одного веса). Сколько надо взвешиваний, чтобы определить фальшивую монету? Решите ту же задачу в случаях, когда имеется 4 монеты и 9 монет.
32. Имеются чашечные весы без гирь и 3 одинаковые по внешнему виду монеты. Одна из монет фальшивая, причем неизвестно, легче она настоящих монет или тяжелее (настоящие монеты одного веса). Сколько надо взвешиваний, чтобы определить фальшивую монету? Решите ту же задачу в случаях, когда имеется 4 монеты и 9 монет.
33. Имеются чашечные весы, любые гири и десять мешков с монетами. Все монеты во всех мешках одинаковы по внешнему виду, но в одном из мешков все монеты фальшивые и каждая весит по 15 г, а в остальных девяти мешках все монеты настоящие и каждая весит по 20 г. Как при помощи одного взвешивания определить, в каком мешке фальшивые монеты?
34. Четыре рыцаря с оруженосцами должны перепра­виться через реку на лодке без гребца, которая вме­щает не более двух человек. Посреди реки есть остров, на котором можно высаживаться. Спраши­вается, как совершить эту переправу так, чтобы ни на берегах, ни на острове, ни в лодке ни один оружено­сец не находился в обществе чужих рыцарей без сво­его хозяина?
35. На станции железной дороги поездБ приближается к станции железной до­роги, но его нагоняет быстрее идущий поезд Л, ко­торый необходимо пропустить вперед. У станции от главного пути отходит боковая ветка, куда можно отвести на время вагоны с главного пути, но ветка эта настолько короткая, что на ней не помещается весь поезд Б. Спрашивается, как все-таки пропустить поезд Л вперед?
36. Разъезд шести пароходов. По каналу один за другим идут три парохода: Л, Б, В. Навстречу им показались еще три парохода, которые тоже идут один за другим: Г, Д, Е. Канал такой ширины, что два парохода в нем разъехаться не могут, но в канале с одной стороны есть залив, в котором может поместиться только один пароход. Могут ли пароходы разъехаться так, чтобы продол­жать свой путь по-прежнему?
37. Дело было в Америке. Как-то раз подошли к реке англичанин, негр и индеец, каждый со своей женой. Всем нужно было переп­равиться на другой берег. В их распоряжении была только одна лодка (да и то без гребца), способная вместить лишь двоих. Договорившись между собой, мужчины решили было приступить к переправе, как вдруг выяснилось, что ни одна из жен не желает переправляться в лодке с чужим мужем или оставаться на берегу в мужском обществе без своего мужа. Мужья призадумались, но все же сумели догадаться, как выполнить желание своих жен. Как они сумели переправиться через реку?

## Задачи, решаемые с помощью таблиц

1. В турнире участвовали шесть шахматистов. Каждые два участника турнира сыграли между собой по одной партии. Сколько всего было сыграно партий? Сколько партий сыграл каждый уча­стник? Сколько очков набрали шахматисты все вместе?
2. В шахматном турнире участвовали восемь человек, и все они набрали разное количество очков. Шахматист, занявший 2-е место, набрал столько же очков, сколько четыре последних вместе. Как сыграли между собой шахматисты, занявшие 3-е и 7-е места?
3. Для Миши, Пети и Васи испекли три пирога: с яблоками, с капустой и с мясом. Вася не любит пироги с капустой, а Петя не любит пироги с мясом и не ест с капустой. Какой пирог съел каждый из мальчиков?
4. В бутылке, в стакане, кувшине и банке находиться молоко, лимонад, квас и вода. Известно:

 Вода и молоко не в бутылке;

Сосуд с лимонадом стоит между кувшином и сосудом с квасом;

В банке не лимонад и не вода;

Стакан стоит около банки и сосуда с молоком.
Куда налита каждая жидкость?

1. Три одноклассника — Влад, Тимур и Юра, встретились спустя 10 лет после окончания школы. Выяснилось, что один из них стал врачом, другой физиком, а третий юристом. Один полюбил туризм, другой бег, страсть третьего — регби.Юра сказал, что на туризм ему не хватает времени, хотя его сестра — единственный врач в семье, заядлый турист. Врач сказал, что он разделяет увлечение коллеги. Забавно, но у двоих из друзей в названиях их профессий и увлечений не встречается ни одна буква их имен.Определите, кто, чем любит заниматься в свободное время и у кого какая профессия?
2. Трое друзей, болельщиков автогонок "Формула-1", спорили о результатах предстоящего этапа гонок.

— Вот увидишь, Шумахер не придет первым, — сказал Джон. Первым будет Хилл.

— Да нет же, победителем будет, как всегда, Шумахер, — воскликнул Ник. — А об Алези и говорить нечего, ему не быть первым.

Питер, к которому обратился Ник, возмутился:

— Хиллу не видать первого места, а вот Алези пилотирует самую мощную машину.

По завершении этапа гонок оказалось, что каждое из двух предположений двоих друзей подтвердилось, а оба предположения третьего из друзей оказались неверны. Кто выиграл этап гонки?

1. Министры иностранных дел России, США и Китая обсудили за закрытыми дверями проекты соглашения о полном разоружении, представленные каждой из стран. Отвечая затем на вопрос журналистов: "Чей именно проект был принят?", министры дали такие ответы:
Россия — "Проект не наш, проект не США";
США — "Проект не России, проект Китая";
Китай — "Проект не наш, проект России".

Один из них (самый откровенный) оба раза говорил правду; второй (самый скрытный) оба раза говорил неправду, третий (осторожный) один раз сказал правду, а другой раз — неправду.

Определите, представителями каких стран являются откровенный, скрытный и осторожный министры.

1. Десять мальчиков: Александр, Борис, Василий, Георгий, Дмитрий, Евгений, Зиновий, Иван, Кирилл и Леонид учатся в разных классах одной школы. В каком классе учится каждый из них, если известно:

- старший брат Дмитрия оканчивает 7-ой класс, а младший брат Жени учится в 5-ом классе;

- Саша старше Кирилла на один класс, А Леня старше Жени на два класса;

- Вася оканчивает школу в этом году;

- Ваня по окончании третьего класса получил награду;

- Боря – пионервожатый в 5-ом классе, а Вася – в 4-ом;

- Саша, Кирилл и шестиклассник живут на проспекте Мира, а Дима, первоклассник и восьмиклассник – на Садовой;

- Боря помогает отстающему Жене, Дима помогает Ване, а Саше помогает Георгий.

(В задаче идёт речь о десятилетней школе).

1. Беседуют трое: Белокуров, Чернов и Рыжов. Брюнет сказал Белокурову: «Любопытно, что один из нас русый, другой - брюнет, а третий - рыжий, но ни у кого цвет волос не соответствует фамилии».
Какой цвет волос имеет каждый из беседующих?
2. Когда три подруги — Надя, Валя и Маша вышли гулять, на них были белое, красное и синее платья. Туфли их были тех же трех цветов, но только у Нади цвета туфель и платья совпадают. При этом у Вали ни платье, ни туфли не были синими, а Маша была в красных туфлях. Определите цвет платьев и туфель каждой из подруг.
3. Катя, Аня и Лена купили три билета: в кино, на рок-концерт и в театр. Лена не увлекается громкой музыкой. Аня не любит рок-концерты, а от просмотра телефильмов у нее быстро устают глаза. Куда отправилась каждая из девочек?
4. Треугольник, квадрат, круг и пятиугольник выложили в ряд. Цвета этих фигур различны. Красная фи­гура лежит между зелёной и синей. Справа от жёлтой фи­гуры лежит пятиугольник. Круг лежит правее, чем тре­угольник, и правее, чем пятиугольник. Треугольник ле­жит не с краю. Синяя фигура не лежит рядом с жёлтой. Нарисуйте, как лежат данные фигуры, указав их цвета.
5. Имеется три конверта, на один из которых нужно наклеить марку. В каждом конверте содержится листок с двумя утверждениями. В одном конверте оба утверждения истинны, в другом — оба ложны, а в третьем конверте одно утверждение истинно, а другое — ложно.

Вот эти утверждения:

Конверт 1

1.На этот конверт не нужно наклеивать марку.
2.Обязательно нужно наклеить марку на второй конверт.

Конверт 2

1. Не нужно наклеивать марку на первый конверт.
2. Необходимо наклеить марку на третий конверт.

Конверт 3

1. Не следует наклеивать марку на этот конверт.
2. Требуется наклеить марку на первый конверт.

Определите, на какой конверт нужно наклеить марку.

1. На автобусе ездил Андрей
На кружок и обратно домой,
Заплатив 115 рублей,
Покупал он себе проездной.

В январе он его не достал,
И поэтому несколько дней
У шофёра билет покупал
Он себе за 15 рублей.

А в иной день кондуктор с него
Брал 11 только рублей.
Возвращаясь с кружка своего
Всякий раз шёл пешком наш Андрей.

За январь сколько денег ушло,
Посчитал бережливый Андрей:
С удивлением он получил
Аккурат 115 рублей!

Сосчитайте теперь поскорей,
Сколько раз был кружок в январе?

1. В Пустоземье живут три племени: эльфы, гоблины и хоббиты. Эльф всегда говорит только правду, гоблин всегда лжёт, а хоббит через раз говорит то правду, то ложь. Однажды за круглым столом пировало несколько пустоземцев, и один из них сказал, указав на своего левого соседа: "Он - хоббит". Сосед сказал: "Мой правый сосед солгал". В точности ту же фразу затем повторил его левый сосед, потом её же произнёс следующий по кругу, и так они говорили "Мой правый сосед солгал" много-много кругов, да и сейчас ещё, возможно, говорят.
Определите, из каких племён были пирующие, если известно, что за столом сидело
а) девять, б) десять жителей Пустоземья. Объясните своё решение.
2. Четыре подруги пришли на каток, каждая со своим братом. Они разбились на пары и начали кататься. Оказалось, что в каждой паре "кавалер" выше "дамы" и никто не катается со своей сестрой. Самым высоким в компании был Юра Воробьев, следующим по росту — Андрей Егоров, потом Люся Егорова, Сережа Петров, Оля Петрова, Дима Крымов, Инна Крымова и Аня Воробьева. Определите, кто с кем катался?
3. Ребята обсуждают ответ на задачу конкурса «Кенгуру».

«Верен ответ А или D» – сказала Лена.

«Верен ответ В или Е» – сказал Юра.

«А, В и С – неверные ответы» – сказала Таня.

«Верный ответ – А» – сказал Саша.

«Все вы не правы» – сказала Наташа.

Оказалось, что мальчики и девочки ошиблись одинаковое число раз. Так какой же ответ верный?

(A) A (В) B (С) C (D) D (Е) E

1. В универмаге встретил я

Осла, козу и кошку,

Они купили красный мяч

И желтую гармошку.

Зайдя потом, увидел я

Осла, козу и белку,

Они купили красный плащ

И белую тарелку.

Зашел я в третий, встретил там

Опять осла и кошку.

Они купили в этот раз

Лишь желтую матрешку.

Мне срочно нужен твой совет,

Задумайся немножко.

Скажи: какой любимый цвет

У белки и у кошки.

И кто не сделал ни одной

Покупки в магазинах.

Поскольку не было, увы,

Товаров ярко-синих.

Совет: учтите, что каждый из героев этого стихотворения по­купает товары только одного любимого им цвета.

1. В одной семье было много детей. Семеро из них любили капусту, шестеро любили морковь, пятеро — горох. Четверо из детей любили капусту и морковь, трое любили капусту и горох, двое — морковь и горох, а один — и капусту, и морковь, и горох. Сколько было детей в этой семье?
2. Три ученицы — Галя, Лида и Наташа — в соревнованиях по гимнастике заняли три первых места. Когда же девочек спросили, кто из них за­нял первое место, они дали три разных ответа.

Галя: «Я заняла первое место»;

Лида: «Я заняла не первое место»;

Наташа: «Я заняла не третье место, однако, вы учтите, что один из ответов моих подруг правиль­ный, а другой — неправильный».

Кто занял в соревнованиях первое место, если Наташин ответ во всем правдив?

1. Четыре ученицы — Мария, Нина, Оль­га и Поля — участвовали в лыжных соревнованиях и заняли четыре первых места. На вопрос, кто ка­кое место занял, они дали три разных ответа:

1.«Ольга заняла первое место, Нина — второе»;

2.«Ольга — второе, Поля — третье»;

3.«Мария — второе, Поля четвертое».

Отвечавшие при этом признали, что одна часть каждого ответа верна, а другая - неверна. Какое место заняла каждая из учениц?

22. Три друга: Алеша, Боря и Витя — учатся в одном классе. Один из них ездит домой из школы на автобусе, один — на трамвае и один — на троллейбусе. Однажды после уроков Алеша пошел проводить своего друга до остановки автобуса. Когда мимо них проходил троллейбус, третий друг крикнул из окна: «Боря, ты забыл в школе тетрадку!» Кто на чем ездит домой?

23. На одном заводе работают три друга: слесарь, токарь и сварщик. Их фамилии Борисов, Иванов и Семенов. У слесаря нет ни братьев, ни сестер, он самый младший из друзей. Семенов старше токаря и женат на сестре Борисова. Назовите фамилии слесаря, токаря и сварщика.

## Задачи, решаемые построением графов

1. В семье четверо детей, им 5, 8, 13 и 15 лет. Детей зовут Аня, Боря, Вера и Галя. Сколько лет каждому ребенку, если одна девочка ходит в детский сад, Аня старше Бори и сумма лет Ани и Веры делится на три?
2. При построении восемь мальчиков разместились так, что:

А был впереди Б и В;

Б впереди К через одного;

Л впереди А, но после Д;

В после Е через одного;

Д между Б и Г;

Е рядом с К, но впереди В.

В каком порядке выстроились мальчики?

1. В симфонический оркестр приняли на работу трёх музыкантов: Брауна, Смита и Вессона, умеющих играть на скрипке, флейте, альте, кларнете, гобое и трубе.

Известно, что:

Смит самый высокий;

играющий на скрипке меньше ростом играющего на флейте;

играющие на скрипке и флейте и Браун любят пиццу;

когда между альтистом и трубачом возникает ссора, Смит мирит их;

Браун не умеет играть ни на трубе, ни на гобое.

На каких инструментах играет каждый из музыкантов, если каждый владеет двумя инструментами?

1. Владимир, Игорь и Сергей преподают математику, физику и литературу, а живут они в Рязани, Туле и Ярославле. Известно также, что Владимир живет не в Рязани, Игорь живет не в Туле, рязанец – не физик, Игорь – не математик, туляк преподает литературу. Кто где живет и что преподает?
2. Вадим, Сергей и Михаил изучают различные иностранные языки: китайский, японский и арабский. На вопрос, какой язык изучает каждый из них, один ответил: "Вадим изучает китайский, Сергей не изучает китайский, а Михаил не изучает арабский". Впоследствии выяснилось, что в этом ответе только одно утверждение верно, а два других ложны. Какой язык изучает каждый из молодых людей?
3. Три дочери писательницы Дорис Кей — Джуди, Айрис и Линда, тоже очень талантливы. Они приобрели известность в разных видах искусств — пении, балете и кино. Все они живут в разных городах, поэтому Дорис часто звонит им в Париж, Рим и Чикаго.

Известно, что:

Джуди живет не в Париже, а Линда — не в Риме;

парижанка не снимается в кино;

та, кто живет в Риме, певица;

Линда равнодушна к балету.

Где живет Айрис, и какова ее профессия?

1. На улице, став в кружок, беседуют четыре девочки: Аня, Валя, Галя и Надя.Девочка в зеленом платье (не Аня и не Валя) стоит между девочкой в голубом платье и Надей.Девочка в белом платье стоит между девочкой в розовом платье и Валей.Какого цвета платья у каждой из девочек?
2. У каждого из четырех ребят живет какое-то одно любимое животное: кошка, собака, рыбка или канарейка (у всех разные). У Миши животное – с пушистой шерстью, у Феди – четвероногое, у Коли – пернатое. И Женя, и Миша не любят кошек. Какое из следующих утверждений неверно:

а) У Феди – собака, б) У Коли – канарейка, в) У Феди – кошка, г) У Жени – рыбка, д) У Миши – собака?

1. Бабушка Варя с гордостью рассказывала о своих внучках: оказывается, каждая из них играет на каком-нибудь музыкальном инструменте и говорит на одном из иностранных языков.

- На чём играет Маша? – спросил я.

- На рояле.

- А кто играет на скрипке?

- Что-то не могу вспомнить, но, по-моему, та девочка, которая говорит по-французски, - ответила бабушка.

Поговорив с бабушкой, я узнала, что Оля играет на виолончели, а Лена не говорит по-немецки. Маша не знает итальянского языка, а Оля не скрипачка и не знает английский язык. Валя не знает французского, Лена не играет на арфе, а виолончелистка не говорит по-итальянски. Определите, кто из девочек играет на каком инструменте, и говорит на каком языке.

1. В семье четверо детей. Им исполнилось 5, 8, 13 и 15 лет. Детей зовут Аня, Миша, Вера и Женя. Одна из девочек ходит в детский сад. Аня старше Миши. Сумма возрастов Ани и Жени делится на 3. Кто Женя: мальчик или девочка?
2. На острове живут рыцари, которые всегда говорят правду, и лжецы, которые всегда лгут. Путник встретил троих островитян и спросил каждого из них: "Сколько рыцарей среди твоих спутников?". Первый ответил: "Ни одного". Второй сказал: "Один". Что сказал третий?
3. Задача «Дело Брауна, Джонса и Смита». Один из них совершил преступление. В процессе расследования каждый из них сделал по два заявления:

Браун: 1.Я не преступник. 2.Джонс - тоже.

Джонс: 1. Браун не преступник. 2. Преступник - Смит.

Смит: 1. Преступник - Браун. 2. Я не преступник.

В процессе следствия было установлено, что один из них дважды солгал, другой дважды сказал правду, а третий - один раз солгал и один раз - сказал правду. Кто совершил преступление?

1. Встретились два сыщика. Вот их диалог: - У тебя два сына? - Да, маленькие, в школу не ходят. - Кстати, про­изведение их лет равно числу голубей возле нас. – Этих данных недостаточно. - А старшего я назвал твоим именем. - Теперь я знаю, сколько им лет. Сколько лет сыновьям?

14.В очереди в кассу за билетами на концерт стоят Юля, Маша, Вика, Даша и Оля. Известно, что: Юля купит билет раньше, чем Маша, но позже Оли; Вика и Оля не стоят рядом;Даша не находится рядом ни с Олей, ни с Юлей, ни с Викой.Кто за кем стоит в очереди?

15. Кто участвовал в ограблении! Известно, что из шести гангстеров ровно двое участвовали в ограблении. На вопрос, кто участвовал в ограблении, они дали следующий ответы:

Гарри: Чарли и Джордж.

Джеймс: Дональд и Том.

Дональд: Том и Чарли.

Джордж: Гарри и Чарли.

Чарли: Дональд и Джеймс.

Поймать Тома не удалось. Кто участвовал в ограблении если известно, что четверо из гангстеров верно назвали одного из участников ограбления, а один назвал неверно оба имени?

# Примеры использования моделей при решении задач

**Приемы моделирования**

**Метод «Здравых рассуждений»**применим при решении задач на переправу (задача о волке, козе и капусте), на взвешивание и т. д. Рассмотрим примеры таких задач.

***Пример.* Задача о переправе козы, волка и капусты.**

**Через реку надо перевезти козу, волка и капусту. На лодке, кроме перевозчика, может поместиться только один из трех. Каким образом их можно перевезти, чтобы коза не съела капусту, а волк – козу.**

*Решение.* Рассмотрим различные варианты переправы.

Если сначала перевезти волка, то коза съест капусту. А если капусту, то волк съест козу. Следовательно, вначале надо перевезти козу. Затем перевезем волка, но если оставим его там, то он съест козу. Значит, надо перевезти козу обратно и привезти капусту. И уже после козу.

Можно поступить иначе: не волка, а капусту. Но коза ее съест. Значит, козу обратно. Теперь волка и снова козу.

*Ответ:* сначала козу, затем волка (капусту). Потом вернем козу, перевезем капусту (волка). Затем козу.

Не одним способом можно решать и задачи на взвешивание, в частности задачи с весами.

***Пример.* Из восьми колец одно легче других. Каково число взве­шиваний на чашечных весах для определения более легкого кольца?**

*Решение:*

 *Способ 1.* Разобьем восемь колец по четыре. Взве­сим ту группу колец, которая легче, разобьем ее по два кольца. Взве­сим повторно. Кольца из более легкой пары подвергнем сравнитель­ному взвешиванию. Таким образом, потребовались три взвешива­ния для выявления легкого кольца.

*Способ 2.* Разобьем восемь колец на три группы: 3, 3 и 2.

*Первое взвешивание:* если группы по три кольца весят одинако­во, то легкое находится среди оставшихся двух колец.

*Второе взвешивание:* взвесим оставшиеся два кольца и найдем легкое кольцо.

Если группы по три кольца весят по-разному, то легкое содер­жится среди той группы, которая весит меньше. Из этой группы возьмем два кольца и взвесим, если они весят одинаково, то третье-легкое. Если же весят по-разному, то легкое кольцо найдено.

Ответ: *способ 1 —* три, *способ 2 -* два взвешивания.

**Задачи, решаемые с помощью таблиц**

Часто при решении логических задач используют таблицы, в связи с тем, что задачи могут содержать много условий, которые все сразу трудно удержать в голове. Поэтому ученики должны составить таблицу. Она составляется при внимательном прочтении и анализе условии задачи, после чего вся содержащаяся информация в задаче отображается в таблице. Такая обработка условия данных задачи значительно облегчает ее решение, а иногда является единственным способом решения.

С помощью таблиц можно решать различные типы задач, например:задачи на соответствие между элементами различных множеств, задачи на упорядочение множеств, задачи с ложными высказываниями, турнирные задачи и т. д.

**Задачи на установление соответствия между элементами различных множеств**

Данный тип логических задач связан с рассмотрением нескольких конечных множеств, как правило, между элементами которых имеются некоторые зависимости.

Самым простым является случай, когда даны два множества с одинаковым числом элементов и требуется установить взаимно однозначное соответствие между ними.В более сложных случаях рассматривается большее число множеств, число элементов у которых одинаково и требуется установить взаимно однозначное соответствие между элементами каждой пары множеств. И, наконец, рассматривается несколько конечных множеств, между элементами которых имеются зависимости, но нет взаимно однозначного соответствия.

При решении перечисленных классов задач используются различного рода таблицы. В случае двух множеств с одинаковым числом элементов удобно пользоваться квадратной таблицей, состоящей из nXnклеток (n-число элементов в множестве). Данные задачи вносятся в соответствующие клетки таблицы, например: положительный результат знаком «+», а отрицательный - знаком «-». После использования всех условий задачи клетки, которые остались пустыми, заполняются знаком «+» или «-» путем логических рассуждений.

Если множеств более двух, то приходиться рассматривать несколько квадратных таблиц или одну прямоугольную таблицу.

1. **Пример двух множеств:**

***Задача 1.* Аня, Женя, Нина спросили, какие оценки им поста­вили за контрольную работу по математике. Учитель ответил: «Пло­хих оценок нет. У вас троих оценки разные. У Ани не «3». У Нины не «3» и не «5». Кто какую оценку получил?**

*Решение:*В задаче можно выделить два множества: множество оценок и множество имен. Каждое множество состоит из трех элементов. Это «3», «4», «5» с одной стороны и Аня, Женя, Нина с другой. Составим таблицу исходных данных. Согласно тому, что у Ани не «3», значит в пересечение столбца «Аня» и строки «3» ставим знак «-».

Согласно тому, что У Нины не «3» и не «5», значит, поставим в пересечении столбца «Нина» и строк «3» и «5» знак «-».

|  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- |
| Оценка | Аня | Женя | Нина |
| 3 | - |  | - |
| 4 |  |  |  |
| 5 |  |  | - |

Из таблицы видно, что у Нины «4», значит, ставим в соответствующей ячейке знак «+». А также ставим знак «-» в пересечении строки «4» и столбцов «Аня» и «Женя».

Таким образом, у Ани не «3», но и не «4», значит у Ани «5», ставим соответствующие знаки в соответствующие ячейки.

Тогда, очевидно, у Жени «3» (не «4» и не «5»).

|  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- |
| Оценка | Аня | Женя | Нина |
| 3 | - | + | - |
| 4 | - | - | + |
| 5 | + | - | - |

О т в е т: у Ани «5», у Жени «3», у Нины «4».

***3адача 2.* Коля, Боря, Вова, Юра заняли первые четыре места в соревнованиях. На вопрос, какие места они заняли, трое ответили: Коля - не 1-е, не 4-е; Боря - 2-е; Вова - не 4-е. Какие места заняли мальчики?**

*Решение:* Как и в предыдущей задаче, имеем два множества, каждое из которых состоит из трех элементов. Составим таблицу исходных данных.

|  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- |
| Место | Коля | Боря | Вова | Юра |
| 1-ое | - |  |  |  |
| 2-ое |  | + |  |  |
| 3-ое |  |  |  |  |
| 4-ое | - |  | - |  |

Между множеством имен мальчиков и множеством завоеванных мест должно быть взаимно однозначное соответствие.

У Бори 2-е место, значит, поставим в пересечении строки «2-е» и столбцов «Коля», «Вова», «Юра» знак «-».

У Коли ни 1-е, ни 4-е, но и ни 2-е (оно у Бори), следовательно, у него 3-е место, значит, в пересечении столбца «Коля» и строки «3-е» знак «+». Поставим соответствующие знаки.

У Вовы ни 4-е, ни 3-е, ни 2-е, значит, - 1-е место. Поставим знаки.

Следовательно, у Юры 4-е место.

|  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- |
| Место | Коля | Боря | Вова | Юра |
| 1-ое | - | - | + | - |
| 2-ое | - | + | - | - |
| 3-ое | + | - | - | - |
| 4-ое | - | - | - | + |

*Ответ*: У Коли 3-е, у Бори 2-е, У Вовы 1-е, у Юры 4-е.

***Задача 3.*  «Крас­ный, синий, желтый и зеленый карандаши лежат в четырех коробках по одному. Цвет карандаша от­личается от цвета коробки. Известно, что зеленый карандаш лежит в синей коробке, а красный не лежит в желтой. В какой коробке лежит каждый карандаш?»**

Обозначим точками карандаши и коробки. Сплошная линия будет обозначать, что карандаш лежит в соответствующей коробке, а пунктирная, что не лежит. Тогда с учетом задачи имеем граф G1.

 К К

 С С

 З З

 Ж Ж

G1

Далее достраиваем граф по следующему прави­лу: поскольку в каждой коробке может лежать ровно один карандаш, то из каждой точки должны выходить одна сплошная линия и три пунктирные. Получается граф G2, дающий решение задачи.

 К К

 С С

 З З

 Ж Ж

G2

**2. Пример трех множеств:**

***Задача 1:* Три одноклассника — Влад, Тимур и Юра, встретились спустя 10 лет после окончания школы. Выяснилось, что один из них стал врачом, другой физиком, а третий юристом. Один полюбил туризм, другой бег, страсть третьего — регби.**

**Юра сказал, что на туризм ему не хватает времени, хотя его сестра — единственный врач в семье, заядлый турист. Врач сказал, что он разделяет увлечение коллеги.**

**Забавно, но у двоих из друзей в названиях их профессий и увлечений не встречается ни одна буква их имен.**

**Определите, кто, чем любит заниматься в свободное время и у кого какая профессия.**

*Решение:* Выделяем в задаче три множества (имя — профессия — увлечение). Каждое множество состоит из трех элементов. Множество имен содержит - Влад, Тимур и Юра. Множество профессий - врач, физик и юрист. А множество увлечений - туризм, бег и регби.

Из слов Юры ясно, что он не врач и он не увлекается туризмом. Из слов врача следует, что он турист.

|  |  |  |
| --- | --- | --- |
| Имя | Юра |  |
| Профессия |  | врач |
| Увлечение |  | туризм |

Буква "а", присутствующая в слове "врач", указывает на то, что Влад тоже не врач, следовательно, врач - это Тимур. В его имени есть буквы "т" и "р", встречающиеся в слове "туризм", значит, второй из друзей, в названиях профессии и увлечения которого не встречается ни одна буква его имени — Юра. Юра не юрист и не регбист, потому что в его имени содержатся буквы "ю" и "р". Следовательно, окончательно имеем:

|  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- |
| Имя | Юра | Тимур | Влад |
| Профессия | физик | врач | юрист |
| Увлечение | бег | туризм | регби |

*Ответ.* Влад — юрист и регбист, Тимур — врач и турист, Юра — физик и бегун.

Частным случаем задач на нахождение соответствия межу элементами различных множеств являются задачи на **упорядочение множеств.** В задачах такого рода надо установить соответствие между элементами данного множества и элементами N. Такие задачи можно решать с помощью таблицы.

***Задача 2.*Три товарища — Иван, Дмитрий и Сте­пан — преподают различные предметы (химию, биоло­гию, физику) в школах Москвы, Ленинграда и Киева. Известно:**

**1) Иван работает не в Москве, а Дмитрий не в Ле­нинграде;**

**2) Москвич преподает не физику;**

**3) Тот, кто работает в Ленинграде, преподает химию;**

**4) Дмитрий преподает не биологию.**

**Какой предмет и в каком городе преподает каждый из товарищей?**

*Решение:* Выделим три множества: множество имен, множество предметов и множество городов. Эле­мент каждого из множеств на рисунке 1 задан своей точкой (буквы на этом рисунке — первые буквы соот­ветствующих слов). Если две точки из разных множеств характеризуют признаки разных людей, то будем сое­динять такие точки штриховой линией. Если же две точки из разных множеств соответствуют признакам одного человека, то такие точки будем соединять попар­но сплошными линиями. Существенно, что по условию задачи для каждой точки любого множества в каждом из остальных множеств найдется одна и только одна точка, ей соответствующая. Таким образом, граф на рисунке 1 содержит все заданные в условии элементы множеств и отношения между ними. Задача на языке графов сводится к нахождению трех «сплошных» тре­угольников с вершинами в разных множествах.

Рассмотрим граф на рисунке 1. Напрашивается штри­ховой отрезок ХД. Действительно, Л соответствует X и, одновременно, Л не соответствует Д, то есть X не может соответствовать Д. Итак, используется типичная для такого рода задач операция на графе: если у тре­угольника с вершинами в трех разных множествах одна сторона сплошная, вторая — штриховая, то третья должна быть штриховой. Из условия задачи следует правомерность еще одной операции на графе: если ка­кая-то точка соединена штриховыми отрезками с двумя точками во втором множестве, то ее следует со­единить с третьей точкой этого множества сплош­ным отрезком. Так проводится сплошной отрезок ДФ. Далее проводится штриховой отрезок ДМ (в тре­угольнике ДФМ сторона ДФ сплошная, а ФМ — штри­ховая), ДК сплошным (ДМ и ДЛ штриховые). Теперь соединим точки Ф и К сплошным отрезком. Если в треугольнике с вершинами в разных множествах две стороны сплошные, то третья тоже будет сплошной. Найден первый «сплошной» треугольник ДФК.

Рис. 1

 Рис. 2

Так, не возвращаясь к тексту задачи, руководствуясь лишь естественными операциями на графе, описанными выше, мы находим решение (рис. 2). Отметим последователь­ность, в которой проводились отрезки: ХД, ДФ, ДМ, ДК, ФК, МС, ИЛ, ХИ, БМ, БС. Вершины каждого из трех полученных «сплошных» треугольников определяют ответ задачи: Иван преподает химию в Ленинграде, Дмитрий — физику в Киеве и Степан — биологию в Москве.

Использовать графы в процессе обучения мож­но, даже не читая специальных курсов и факульта­тивов. С одной стороны, графовые задачи, без со­мнения, нужно использовать для развития сообра­зительности учеников на математических кружках, при подготовке к олимпиадам. С другой стороны, использование графов как языка на уроках алгеб­ры, геометрии, поможет решать методические задачи обучения и повысить качество этого обучения.

***Пример:* В семье четверо детей. Им 5, 8, 13, 15 лет. Детей зовут Катя, Ваня, Ира и Галя. Сколько лет каждому, если одна девочка ходит в детский сад, Катя старше Вани, и сумма лет Кати и Иры делится на три?**

*Решение:*

|  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- |
|  Возраст | Катя | Ваня | Ира | Галя |
| 5 |  - |  - |  + |  - |
| 8 |  - |  + |  - |  - |
| 13 |  + |  - |  - |  - |
| 15 |  - |  - |  - |  + |

Если одна девочка ходит в детский сад, то есть ей пять лет, то Ване не пять лет. Ставим знак минус в соответствующей графе.Так как Катя старше Вани, то Ване не 15 лет, ставим знак минус в соответствующей графе.

Сумма лет Кати и Иры делится на три - это возможно в двух случаях: когда одной девочке 8 лет, а другой - 13 лет, или когда одной - *5* лет, а другой - 13 лет. Значит Ване не 13 лет, а 8. Заполним соответствующие графы.

Сумма лет Кати и Иры делится на три и это возможно в случае, когда одной девочке 5 лет, а другой 13. Но по условию задачи Катя старше Вани, поэтому, Кате 13 лет, а Ире - 5. Тогда Гале 15 лет. Заполним оставшиеся ячейки.

 Эту задачу можно решить и с помощью прямой.

МладшеИВ К Г Старше

¯¯¯¯¯¯¯¯¯¯¯¯¯¯'¯¯¯¯¯¯¯¯¯¯¯'¯¯¯¯¯¯'¯¯¯¯¯¯¯¯¯¯¯'¯¯¯¯¯¯¯¯¯¯¯¯¯¯¯

Правее расположим точки, соответствующие детям более старшим по возрасту.

Отметим на прямой точку В. Девочка ходит в детский сад, поэтому ставим точку левее В. Так как Катя старше Вани, то точку К поставим правее точки В.

Так как Катя старше Вани, то ему не 15 лет, значит, ставим точку правее В. Определим нахождение этой точки. Она может находиться между В и К или правее К.

Сумма лет Кати и Иры делится на три и это возможно в случае, когда одной девочке 5 лет, а другой 13. Но согласно условию задачи Катя старше Вани, поэтому, Кате 13 лет, Ире - 5. Значит Гале 15 лет. Отметим на прямой, что левее В стоит точка И; точка К находиться сразу после В; крайняя права точка - это Г.

Ответ: Кате 13 лет, Ире 5 лет, Гале 15 лет, Ване 8 лет

**Задачи с ложными высказываниями**

***Пример: Задача «Дело Брауна, Джонса и Смита».* Один из них совершил преступление. В процессе расследования каждый из них сделал по два заявления:**

**Браун: 1.Я не преступник. 2.Джонс - тоже.**

**Джонс: 1. Браун не преступник. 2. Преступник - Смит.**

**Смит: 1. Преступник - Браун. 2. Я не преступник.**

В процессе следствия было установлено, что один из них дважды солгал, другой дважды сказал правду, а третий - один раз солгал и один раз - сказал правду. Кто совершил преступление?

*Решение:* Предположим, что оба высказывания Брауна верны, тогда Джонс не преступник и сам Браун - тоже, отображаем это в таблице, в соответствующих ячейках. Тогда возможно, что Джонс один раз солгал и один раз - сказал правду, значит, Смит оба раза солгал. Из слов Джонса получаем: Браун-преступник и Смит-преступник, а по свидетельству Смита: Браун не является преступником – преступником является он сам. Отобразим полученные данные в соответствующих ячейках таблицы.

|  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- |
|  | ВерсияБрауна | ВерсияДжонса | ВерсияСмита |
| ПреступникБраун | - | + | - |
| ПреступникДжонс | - |  |  |
| ПреступникСмит |  | + | + |

Итак, мы пришли к тому, что двое из них совершили преступление одновременно, чего не может быть. Рассмотрим другой вариант.

Допустим теперь, что Джонс ни разу не солгал, то есть Браун не преступник, а преступник – Смит; Смит солгал оба раза, то есть Браун не преступник, преступником является Смит; тогда Браун солгал и сказал правду, то есть преступником является он сам, а Джонс - нет. Отметим результат в таблице.

|  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- |
|  | ВерсияБрауна | ВерсияДжона | ВерсияСмита |
| ПреступникБраун | + | - | - |
| ПреступникДжон | - |  |  |
| ПреступникСмит |  | + | + |

Получили аналогичный первому варианту результат. Рассмотрим следующий случай.

Пусть в этот раз оба раза солгал Джонс, Браун - солгал и сказал правду, а Смит дважды не соврал. По мнению Джонса получаем: Браун преступник, Смит - нет. Из свидетельства Брауна: Браун преступник, Джонс – нет. Из слов Смита: Браун преступник, а сам он нет. Отметим данные в таблице.

|  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- |
|  | ВерсияБрауна | ВерсияДжона | ВерсияСмита |
| ПреступникБраун | + | + | + |
| ПреступникДжон | - |  |  |
| ПреступникСмит |  | - | - |

 Итак, пришли к тому, что преступником является Браун.

 *Ответ:* преступление совершил Браун.

**Турнирные задачи**

Турнирные задачи - логические задачи, связанные с выяснением итогов турниров. В таких задачах приводятся неполные данные об итогах спортивных встреч. Путем логических рассуждений требуется получить полные данные о проведенных турнирах.

 Решению турнирной задачи способствует оформление турнирной таблицы по данным, приведенным в условии задачи, затем по данным, полученным логическим путем.

Естественно, решая задачу ( о шахматном, футбольном или хоккейном турнире), нужно знать основные положения о таких турнирах.

В футбольном (хоккейном) турнире команда - победитель матча получает два очка. Ничейный исход оценивается для каждой команды в одно очко, а поражение оценивается в ноль очков.При распределении мест в футбольном турнире в случае равенства очков у двух команд во внимание принимается разница забитых и пропущенных голов.

Рассмотрим пример задачи о футбольном турнире.

***Пример:* В первенстве по футболу, который проводился по круговой системе, участвовали четыре команды: «Юниор», «ЦСК», «Динамо», «Спартак». Последняя встреча окончилась неожиданно: «Юниор» проиграл «Динамо», но это не улучшило турнирного положенияДинамо», а «Юниору» не помешало стать чемпионом. Каков был исход игры между «Спартаком» и «ЦСК»?**

*Решение:*

|  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| Команда | Юниор | ЦСК | Динамо | Спартак | Очки | Место |
| Юниор | - | 2 | 0 | 2 | 4 | 1 |
| ЦСК | 0 | - | 2 | 1 | 3 | 2-3 |
| Динамо | 2 | 0 | - | 0 | 2 | 4 |
| Спартак | 0 | 1 | 2 | - | 3 | 2-3 |

По условию задачи «Юниор» занял первое место, проиграв последний матч «Динамо». Максимально число очков, которое могла набрать команда в этом турнире, равно 6.

«Юниор» набрал не более, чем 4 очка. Но и меньше 4 очков он набрать не мог, потому что уже при 3 очках нашлась бы команда с не меньшим числом очков, чем у «Юниора», значит, команда «Юниор» выиграла у команд «ЦСК» и «Спартак».

По условию задачи «Динамо», выиграв у «Юниора», не улучшил своего турнирного положения. Значит, если бы «Динамо» до последней встречи имел бы не менее 2 очков, то после выигрыша у «Юниора» он оказался бы победителем. Если бы «Динамо» до последней встречи имел бы 1 очко, то после победы над «Юниором» он имел бы 3 очка, это давало ему право на второе место, то есть улучшило бы его турнирное положение. Так как «Динамо» не улучшил своего турнирного положения, то он перед последней встрече имел бы 0 очков. Значит, «Динамо» проиграл и «ЦСК», и «Спартаку».Но турнирное положение «Юниора» и «Динамо» зависело от встречи «Спартака» и «ЦСК». При выигрыше одной из них, например «ЦСК», первое и второе места делили бы «Юниор» и «ЦСК», а третье и четвертое места делили бы «Спартак» и «Динамо». Турнирное положение команды «Динамо» не меняется, если «ЦСК» и «Спартак» сыграли вничью.

**Задачи, решаемые построением графов**

Задачи, которые можно решить с помощью таблиц, можно решить и с помощью графов (исключениемявляются турнирные задачи).

При решении логических задач обычно бывает достаточно трудно держать в памяти многочисленные факты, данные в условии, устанавливать связь между ними, высказывать гипотезы, делать частные выводы и пользоваться ими.

На помощь могут прийти графы. Граф - множество точек, изображенных на плоскости (листе бумаги, доске), некоторые пары из которых соединены отрезками. При изображении графы на рисунках или схемах могут быть прямоугольными или криволинейными, расположение точек произвольное. Точки называют вершинами графов, а отрезки - ребрами графов. Выделяя из словесных рассуждений главное - объекты и отношения между ними, графы представляют изучаемые факты в наглядной форме. Примеры решения логических задач с использованием графов подкупают своей естественностью и простотой, избавляют от лишних рассуждений, во многих случаях сокращают нагрузку на память. С одной стороны, графы позволяют проследить все логические возможности изучаемой ситуации, с другой, благодаря своей обозримости, помогают в ходе решения задачи классифицировать логические возможности, отбрасывать неподходящие случаи, не доводя до полного перебора всех случаев.

Основой применения графов для решения логиче­ских задач служит выявление и последовательное исключение логических возможностей, задаваемых условиями задачи. Это выявление и исключение ло­гических возможностей весьма часто мо­жет быть истолковано с помощью построения и рас­смотрения получающихся графов. Такое применение графов и можно считать характерным для рассмат­риваемого приема решения логических задач.

Решение многих логических задач с помощью графов вполне доступно уже младшим школьникам. Для этого им достаточно иметь интуитивные представление о графах и самых очевидных их свойствах.

Рассмотрим примеры использования графов при решении некоторых известных задач. При этом объекты будем изображать точками, а отношение между ними - отрезками (положения точек и длины отрезков произвольны).

Выяснение структур логических задач с точки зрения применяемых методов решения дает возможность вычленить некоторые виды таких задач.

**1) Построение графов - деревьев**

***Задача.*Три ученицы — Аня, Варя и Клава — на первомайской демонстрации были: одна в крас­ном, другая в белом, третья в синем платье. В вы­сказывании: Аня была в красном платье, Варя не в красном, Клава не в синем — одна часть верна, а две неверны. В каком платье была каждая из уче­ниц?**

*Решение:* Будем исходить из двух возможно­стей: Аня была в красном платье (Ак) и Аня была не в красном (то есть в белом или синем) и изобра­зим эти возможности: первую ребром Ак, а вторую двумя ребрами Ас и Аб, исходящими из одной точки. Если Аня была в красном платье, то в синем могла быть или Варя, или Клава. По­этому к ребру Ак присоединим 2 ребра Вси Кс. Путь АкВсзакончим Кб, а путь АкКсзакончим Вб. Но из двух получившихся путей условию задачи ни один не удовлетворяет.



Обратимся ко второй возможности. К ребру Ас присоединим два ребра Вки Кк, так как в красном платье в этом случае могла быть Варя или Клава. Такие же два ребра присоединим к Аб. Закончить каждый из получившихся путей очень просто: нуж­но присоединить последовательно ребра Кб, Вб, Кс и Вс. Имеем четыре логические возможности, но условию задачи удовлетворяет лишь путь АсВкКб, а остальные три пути — не удовлетворяют. Значит, Аня была в синем платье, Варя — в красном, а Кла­ва—в белом.

***Задача.*В одном из московских вузов на раз­ных курсах учатся четыре студента. Определить фамилию, имя, курс, на котором учится каждый студент, если известно следующее:**

**Борис прошлую летнюю сессию сдал на «от­лично»;**

**Виктор должен был летом ехать на практику в Омск;**

**Иванов собирался поехать домой в Челябинск;**

**Антон был курсом старше Петра;**

**Борис и Орлов коренные москвичи;**

**Крылов в прошлом учебном году окончил школу и поступил на тот же факультет, на котором учил­ся Зуев;**

**Борис иногда пользовался прошлогодними кон­спектами Виктора.**

*Решение.* Построение модели начнем с выде­ления трех множеств: множество имен студентов, множество их фамилий и множество курсов. Таблица с четырьмя входами охватывает все возможные соотношения между именем и фамилией, между именем и курсом и между курсом и фамилией.

Если в таблице, в соответствии с условием, ставить знаки «минус» на заведомо невозможных па­рах элементов, то можно прийти к решению задачи.

Отметим в таблице данные из условия задачи.

Борис прошлую сессию сдал на «отлично», следо­вательно, Борис не на 1 курсе — в клеточке (Борис; 1) ставим знак «минус».

Виктор летом едет в Омск, а Иванов в Челябинск, значит, фамилия Виктора не Иванов — в клеточке (Виктор; Иванов) прочерк.

Антон курсом старше Петра, значит, Антон учит­ся не на 1 курсе — в клеточке (Антон; 1) появляется знак «минус». Так как Борис и Орлов коренные москвичи, то фамилия Бориса не Орлов - в клеточке (Борис; Орлов) ставим прочерк.

|  |  |  |
| --- | --- | --- |
| Имя,курс | Фамилия | Курс |
| Зуев | Крылов | Иванов | Орлов | 1 | 2 | 3 | 4 |
| Борис | + | - | - | - | - | - | + | + |
| Виктор | - | - | - | + | - | - | - | + |
| Антон | - | - | + | - | - | + | - | - |
| Петр | - | + | - | - | + | - | - | - |
| 1 | - | + | - | - |  |  |  |  |
| 2 | - | - | + | - |  |  |  |  |
| 3 | + | - | - | - |  |  |  |  |
| 4 | - | - | - | + |  |  |  |  |

Крылов в прошлом году окончил школу, то есть сей­час он учится на 1 курсе — знак «+» в клеточке (Крылов; 1). Ясно, что тогда ни Зуев, ни Иванов, ни Орлов не учатся на 1 курсе — в этих клеточках ставим прочерки.

Борис пользуется прошлогодними конспектами Виктора, значит, Виктор на один курс старше Бо­риса. Но мы знаем, что Борис уже не на 1 курсе, следовательно, Виктор учится не на 1 и не на 2 курсе - в клеточках (Виктор; 1) и (Виктор; 2) ста­вим прочерки.

По условию Иванов из Челябинска, а Борис коренной москвич, следовательно, Борис не Ива­нов — в клеточке (Борис; Иванов) прочерк.

Из таблицы видно, что на 1 курсе учится не Бо­рис, не Виктор, не Антон. Следовательно, на 1 курсе учится Петр — в клеточке (Петр; 1) появля­ется знак «+». В клеточках (Петр; 2), (Петр;3) и (Петр; 4) прочерки.

Но на I курсе учится Крылов. Значит, Петр но­сит фамилию Крылов — в клеточке (Петр; Крылов) ставим знак «+». Ясно, что Петр не может быть ни Ивановым, ни Зуевым, ни Орловым, а также Кры­ловым не могут быть ни Борис, ни Виктор, ни Антон — во всех этих клеточках прочерки.

Обратим внимание на столбец «Иванов». Из него видно, что ни Борис, ни Виктор, ни Петр не носят фамилию Иванов. Следовательно, Ивановым мо­жет быть только Антон — в соответствующей кле­точке ставим знак «+». Тогда ясно, что ни Орлов, ни Зуев не носят имя Антон — в этих клеточках появляются знаки «минус».

Обратим внимание на столбец «Орлов»: ни Бо­рис, ни Антон, ни Петр не носят фамилию Орлов. Значит, только Виктор может быть Орловым - клеточку (Виктор; Орлов) помечаем знаком «+». Но тогда Виктор не может быть Зуевым — ставим ми­нус в клетке (Виктор; Зуев). Тогда из таблицы вид­но, что только Борис может быть Зуевым.

Итак, Петр Крылов учится на 1 курсе, но Антон Иванов курсом старше Петра, значит, Антон Ива­нов на 1 курсе — отметим соответствующие кле­точки.

Мы знаем, что Виктор Орлов курсом старше Бориса Зуева, значит, Борис Зуев учится на III, aВиктор Орлов — на 4 курсе.

Задача решена. Ответ наглядно представлен в таблице.

***Задача.* Три товарища — Иван, Дмитрий и Сте­пан преподают различные предметы (химию, био­логию и физику) в школах Москвы, Тулы и Новго­рода. О них известно следующее:**

1. **Иван работает не в Москве, а Дмитрий — не в Новгороде;**
2. **москвич преподает физику;**
3. **тот, кто работает в Новгороде, преподает хи­мию;**
4. **Дмитрий и Степан преподают не биологию;**

**Какой предмет, и в каком городе преподает каж­дый?**

*Решение*. В задаче можно выделить три мно­жества: учебных предметов, городов, учителей. Каждое множество содержит по три элемента. Обо­значим их точками — вершинами графа (рис.).

 И Д С

 М Х

 Т Б

 Ф

 Н

В зависимости от условий задачи будем соеди­нять точки отрезками, если имеет место соответст­вие между данными элементами, или пунктирной линией, если соответствия нет.

Задача сводится к нахождению на графе трех сплошных треугольников с вершинами в разных множествах (на доске и в тетради их можно выде­лить разными цветами).

Так, используя условие 1), проведем пунктирную линию, соединяющую объекты Иван и Москва, Дмитрий и Новгород.

В соответствии с условием 2) соединим сплош­ной линией вершины Москва и физика, а условие 3) выразим сплошной линией от точки Новгород до точки химия.

Дмитрий и Степан преподают не биологию, со­единим соответствующие вершины пунктирными линиями. Кто же преподает биологию? Если это не Дмитрий и не Степан, то получается, что биоло­гию преподает Иван. Эти объекты соединяет сплошная линия.

Где же живет преподаватель биологии? Извест­но, что химик живет в Новгороде, а физик в Моск­ве, следовательно, биолог живет в Туле. Обратим внимание на треугольник, образованный вершина­ми Иван, Тула, биология: в нем есть две сплошные стороны, значит, третью сторону также можно вы­делить сплошной линией. В самом деле, если Иван преподает биологию, а биолог живет в Туле, то Иван живет в Туле.

Что известно про Дмитрия? Дмитрий не живет в Новгороде (по условию) и не живет в Туле (там живет Иван), значит, Дмитрий живет в Москве - проведем соответствующую сплошную линию. Но москвич преподает физику - эта линия тоже сплошная. В треугольнике с вершинами в точках Дмитрий, Москва и физика две стороны сплош­ные, следовательно, третью сторону тоже можно выделить сплошной линией.

Что же известно про Степана? Степан не живет в Туле (там живет Иван) и не живет в Москве (там живет Дмитрий), следовательно, Степан живет в Новгороде - проведем сплошную линию. Но тот, кто живет в Новгороде, преподает химию — эта линия тоже сплошная. Так появляется третий тре­угольник из сплошных линий.

Ответ указан на графе треугольниками. Задача решена.

 **Прием моделирования на полупрямой**

Если в задаче имеется множество объектов и требуется установить взаимоотношение между эле­ментами этого множества, то задачу можно решать на полупрямой.

***Задача.* На вечеринку собрались четверо дру­зей: Аня, Вика, Миша и Коля. Коля пришел рань­ше Ани, но не был первым. Определите, в какой последовательности друзья приходили к месту встречи, если Вика пришла последней.**

*Решение.* Построим модель описанной ситуа­ции, считая обычный луч «линией времени». Дру­зья, пришедшие на вечеринку, обозначатся точка­ми с соответствующими буквами. Условимся при­шедшего на вечеринку раньше обозначать на полу­прямой (первой буквой его имени) левее, пришед­шего позже — правее. По порядку каждое условие отмечаем на полупрямой (*а—г).*

а)

в)

г)

б)

 *К А*

*К А*

 *К А В*

 *М К А В*

На рис. *а* показано, что Коля пришел раньше Ани. По рис. *б*мы видим, что кто-то из друзей опередил Колю, а, следовательно, и Аню. Появление еще одной правой точки на рис. *в* передает условие «Вика была последней». Тогда придется сделать вы­вод, что Миша пришел раньше всех. Последователь­ность явки друзей к месту встречи видна на рис. *г.*

 **Прием моделирования с помощью блок-схемы**

Рассмотрим еще один способ моделирования — состав­ление блок-схемы, в которой каждый шаг в рассужде­нии выделен отдельным изображением (прямо­угольником).

***Задача.*На некотором острове отдельными се­лениями живут правдолюбы и шутники. Правдо­любы всегда говорят только правду, а шутники постоянно шутят, а поэтому всегда лгут. Жители одного племени бывают в селении другого, и на­оборот. В одно из селений попал путешественник, но не знает: в какое именно. Доказать, что путеше­ственнику достаточно первому встречному задать вопрос: «Вы местный?», чтобы по ответу опреде­лить, в селении какого племени он находится.**

*Решение.* Путешественник может попасть в селение «правдолюбов» или в селение «шутни­ков» — появляются два различных варианта. В се­лении «правдолюбов» путешественник может встре­тить как «правдолюба», так и «шутника». Анало­гично, в селении «шутников» путешественник мо­жет встретить как «шутника», так и «правдолюба». Возможных вариантов стало уже четыре.

путешественник

Селение правдолюбов

Селение

шутников

правдолюб

шутник

правдолюб

шутник

да

да

нет

нет

Блок-схема позволяет их представить наглядно и заметить, что положительный ответ в любом слу­чае возможен только в селении «правдолюбов», а ответ «нет» — только в селении «шутников».

 Рассмотрим *задачу.*

**Катя, Аня и Лена купили три билета: в кино, на рок-концерт и в театр. Лена не увлекается громкой музыкой. Аня не любит рок-концерты, а от просмотра телефильмов у нее быстро устают глаза. Куда отправилась каждая из девочек?**

1. ***Анализ условия задачи***

*- О чем говорится в задаче?*

- В задаче говорится о трех девочках, которые купили билеты.

*- Что известно про девочек в задаче?*

- Известно, что Лена не увлекается громкой музыкой, Аня не любит рок-концерты, и от просмотра телефильмов у нее устают глаза.

*- Что требуется узнать в задаче?*

- В задаче требуется узнать: куда отправилась каждая из девочек.

*- Мы можем сразу ответить на вопрос задачи?*

- Нет, не можем.

*- Как, каким способом (методом) мы будем искать ответ на вопрос задачи?*

- Чтобы узнать: куда отправилась каждая из девочек, мы воспользуемся построением графа.

*- Каким образом мы стоим граф в данной задаче?*

- В задаче мы выделяем два мно­жества: мно­жество девочек и мно­жество билетов. Каждое множество содержит по три элемента. Обо­значим их точками — вершинами графа (рис.). В зависимости от условий задачи будем соеди­нять точки отрезками, если имеет место соответст­вие между данными элементами, или пунктирной линией, если соответствия нет.

К •• Т

 Л **••**Р

 А **••** К

 рис.

**Поиск пути решения задачи и составление плана пути еерешения**

На этом этапе решения задачи завершается установление связей между данными искомыми и искомыми величинами и указывается последовательность использования этих связей.

Проведя анализ условия задачи, мы не всегда можем сразу же найти путь ее решения. Основные приемы, используемые при поиске путей решения задачи:

1. Анализ задачи по тексту или по ее вспомогательной модели. Поиск путей решения задачи можно осуществлять от данных задачи к вопросу (синтетический путь) или от вопроса задачи к данным (аналитический путь).

***Синтетический путь.*** Решающий выделяет в тексте задачи два каких - либо взаимосвязанных данных и определяет, какое неизвестное может быть найдено по этим данным и с помощью какого действия. Затем, считая полученное число данным, решающий опять выделяет два взаимосвязанных данных и определяет, какое неизвестное может быть найдено по ним и с помощью какого действия, и т.д., пока выполнение очередного действия не приведет к нахождению искомого.

***Аналитический путь.*** На основе анализа задачи необходимо уточнить, что требуется найти в задаче и определить, что достаточно знать для ответа на этот вопрос. Для этого следует выяснить, какие из нужных данных имеются в условии задачи. Если они отсутствуют надо определить, что нужно знать, чтобы найти недостающие данные и т.д., пока для определения очередного неизвестного оба данных будут известны. Поиск пути решения заканчивается составлением плана решения задачи.

При решении задач анализ и синтез в рассуждении, как правило, переплетаются. Осуществляя поиск решения задачи синтетически, анализ часто производят «про себя». В то же время, каким бы приемом мы не велипоиск пути решения составной задачи, ее предварительный анализнеизбежен.

***2. Поиск пути решения задачи***

Поиск пути решения задачи проходит в рамках работы с моделью. Рассмотрим граф. Так как Лена не увлекается громкой музыкой, тосоединим пунктирной линией «Л» и «Р». Аня не любит рок-концерты, а от просмотра телефильмов у нее быстро устают глаза, то «А» и «Р», «А» и «К» соединим пунктирными линиями.

К • • Т

Л Р

А К

 рис.

Таким образом, мы должны ответить на вопросы:

 1) Куда отправилась Лена?

 2) Куда отправилась Аня?

 3) Куда отправилась Катя?

Итак, путь решения найден.

 2. Еще одним приемом, помогающим осуществлять этап поиска решения задачи, является разбиение задачи на смысловые части, последовательное решение которых позволяет получить ответ на требование задачи.

***Пример:* Некий владыка, желая испытать трех своих мудрецов, сказал им: «Перед вами пять колпаков: три черных и два белых. Вам наденут по колпаку. Тот из вас, кто первым догадается, какого цвета на нем колпак, тот получит награду". Затем мудрецам завязали глаза и надели им на голову по колпаку. После того, как с них сняли повязки, мудрецы долго молчали. Наконец один из них сказал: « На мне черный колпак!» Как рассуждал этот мудрец?**

*Решение.* Задачу можно разбить на три подзадачи, на три варианта распределения колпаков: черный, белый, белый; черный, черный, белый; черный, черный, черный.

1. Два белых колпака и один черный.

В этом случае тот из участников, на котором черный колпак, рассуждает так: «Я вижу два белых колпака, а их всего два. Значит на мне черный колпак!»

2.Один белый и два черных колпака.

В этом случае он рассуждает так: «Я вижу один белый колпак и один черный, значит, если бы на мне был белый колпак, то тот, у которого на голове черный, сказал бы какой на нем колпак (черный), но он молчит. Значит на мне черный колпак».

3. Три черных колпака.

Он рассуждает так: «Я вижу два черных колпака. На мне может быть белый или черный. Если на мне белый колпак, то один из мудрецов рассуждая (2-ой вариант), догадается, что на нем черный колпак. Но они молчат, значит на мне черный колпак!»

**Осуществление плана решения задачи**

План указывает лишь общий контур решения задачи. При осуществлении плана решающий задачу рассматривает все детали, которые вписываются в этот контур. Эти детали надо рассматривать тщательно и терпеливо. Осуществление плана решения задачи может выполняться устно или письменно. Для нахождения ответа на требования задачи строится алгоритм, который может быть представлен в любой форме: словесной, в виде блок-схемы и т.д.

***3.Решение задачи***

На предыдущем этапе решения мы соединили пунктирными линиями точки «Л» и «Р», «А» и «Р», «А» и «К».Осуществление плана решения задачи так же происходит в рамках работы с моделью.

К • • Т

Л Р

А К

 рис.

Заметим, что к точке «Р» подходят две пунктирные линии от точек «Л» и «А», тогда третью линию к точке «К» проведем сплошную - она укажет на правильный ответ. Так как Катя купила билет на рок-концерт, то она не пойдет ни в кино, ни в театр – проведем соответствующие пунктирные линии.

К Т

Л Р

А К

 рис.

Рассмотрим точку «К». К ней подходят две пунктирные линии от точки «А» и от точки «К», т.е. Аня и Катя не ходили в кино. Тогда, фильм смотрела Лена - проводим сплошную линию. Остается провести последнюю сплошную линию, соединив точки «А» и «Т», т.е. Аня направилась в театр. Ответ показан на рисунке сплошными линиями.

К Т

Л Р

А К

 рис.

**Проверка решения логической задачи**

Назначение данного этапа - установить правильно ли понята задача, выяснить, не противоречит ли полученный ответ всем другим условиям задачи. Этот этап является обязательным при решении задач. Следует помнить, что логичные рассуждения на других этапах решения задачи не гарантируют правильности ее решения: получение результата не означает еще, что задача решена правильно, что для решения выбран лучший, наиболее удачный вариант.

Проверку решения логической задачи можно проводить разными способами.

*1.Решение задачи различными методами*

Данный способ проверки результата заключается в получении того же результата применением другого метода решения задачи. Если при решении задачи другим способом получен тот же результат, что и в первом случае, задачу можно считать решенной правильно. К тому же получение различных вариантов решения одной и той же задачи имеет важное обучающее значение.

***4.Проверка решения задачи***

Так как задача была решена с помощью графа, то для проверки проведем решение методом заполнения таблицы. Как было рассмотрено выше, в задаче можно выделить два множества, множество девочек и множество билетов. В каждом множестве насчитывается по три элемента, тогда составим таблицу, состоящую из трех строк и трех столбцов.

Лена не увлекается громкой музыкой - ставим «минус» в клеточку, которая находиться на пересечении столбика «Лена» и строчки «рок-концерт». Аня не любит рок-концерты, а от просмотра телефильмов у нее быстро устают глаза, значит, ставим «минус» в две соответствующие клетки:

|  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- |
|  | Катя | Лена | Аня |
| театр |  |  |  |
| рок-концерт |  | - | - |
| кино |  |  | - |

В столбике «Аня» осталась только одна свободная клеточка - отметим ее плюсом. Итак, Аня пойдет в театр. Следовательно, Катя и Лена туда не пойдут - вычеркнем соответствующие клеточки:

|  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- |
|  |  Катя | Лена | Аня |
| театр | - | - | + |
| рок-концерт |  | - | - |
| кино |  |  | - |

Видно, что в столбике «Лена» осталась одна свободная клеточка - отметим ее знаком «плюс». Итак, Лена пошла в кино. Но тогда туда не отправится Катя - поставим знак «минус» в соответствующую клеточку. Заметим, что и в столбике «Катя» осталась лишь одна свободная клеточка - отметим ее знаком «плюс». Итак, Катя пойдет на рок-концерт. Ответ считываем прямо с таблицы, он отмечен знаками «плюс».

|  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- |
|  |  Катя | Лена | Аня |
| театр | - | - | + |
| рок-концерт | + | - | - |
| кино | - | + | - |

Заметим, что ответ, полученный при решении задачи с помощью таблиц совпадает с ответом, полученным ранее (с помощью графа). Таким образом, задача решена правильно.

*2. Прикидка (грубая проверка)*

Проверка решения задачи прикидкой (грубой проверкой) правильного ответа состоит в установлении границ для искомого числа. Она позволяет грубо установить правильность решения задачи, и, если в результате такой проверки мы не выясним, что некоторые значения искомых не удовлетворяют условию задачи, то необходимо провести проверку каким-либо другим способом. Прикидка не позволяет проверить правильность полученного числового значения ответа, она позволяет только в некоторых случаях определить, что задача решена неверно.

Необходимо помнить, что, выполняя проверку задачи любым из указанных способов, надо выяснить, не противоречит ли полученный ответ всем условиям задачи. То есть, при решении обратной задачи или при решении задачи другими методами логика рассуждений должна быть отлична от логики рассуждений, которая применяется в ходе решения данной задачи. Если не следовать этому, то может оказаться так, что ошибочное решение не будет обнаружено.

 Сравним, к примеру, результаты, которые были получены при решении задачи с данными в условии. Мы получили, что Аня пошла в театр. Это не противоречит условию, в котором говорится, что Аня не любит рок-концерты, а от просмотра телефильмов у нее быстро устают глаза. Далее получилось, что Лена – в кино. Это также не противоречит условию, в котором говорится, что Лена не увлекается громкой музыкой.

Таким образом, полученные нами результаты при прикидке указывают нам на их непротиворечивость с условием задачи. Итак, можно сделать вывод о том, что задача решена верно.