Реферат

на тему «Однородные уравнения»

 Подготовил обучающийся 10-А класса

 ГБОУ ЛНР «Рубежанская СШ № 2»

 Лысенко Степан Андреевич

 Куратор: Бондарь Любовь Григорьевна

г. Рубежное

2024 г.

Оглавление

[Простейшие однородные уравнения 2](#_Toc183630001)

[Однородные уравнения высших степеней 2](#_Toc183630002)

[Однородные показательные, логарифмические и иррациональные уравнения 3](#_Toc183630003)

[Литература 5](#_Toc183630004)

# Простейшие однородные уравнения

Уравнения вида $af^{2}\left(x\right)+bf^{2}\left(x\right)+cf\left(x\right)h\left(x\right)=0$ называются однородными уравнениями, где $f\left(x\right) и h\left(x\right)$ – произвольные функции.

Первой встречей с уравнениями такого вида можно считать, например, такое уравнение:

$x^{2}+5ax+4a^{2}=0$

**1 способ решения**

$D=25a^{2}-16a^{2}=9a^{2}$; $x=\frac{-5a\pm 3a}{2}=\left[\begin{array}{c}x=-a,\\x=-4a.\end{array}\right.$

**2 способ решения**

$x^{2}+5ax+4a^{2}=0\left|:a^{2};\right.$

$\left(\frac{x}{a}\right)^{2}+\frac{5x}{a}+4=0; \frac{x}{a}=t; t^{2}+5t+4=0;$

$\left[\begin{array}{c}t=-1,\\t=-4. \end{array}\right. \left[\begin{array}{c}\frac{x}{a}=-1,\\\frac{x}{a}=-4;\end{array} \left[\begin{array}{c}x=-a,\\x=-4a.\end{array}\right.\right.$

Примеры уравнений такого вида:

$x^{2}-3ax+2a^{2}=0;$

$x^{2}-bx-2b^{2}=0;$

$x^{2}+5bx-6b^{2}=0.$

# Однородные уравнения высших степеней

$2\left(x^{2}+x+1\right)^{2}-7\left(x-1\right)^{2}=13\left(x^{3}-1\right)$

$2\left(x^{2}+x+1\right)^{2}-7\left(x-1\right)^{2}=13\left(x^{3}-1\right)\left|:\left(x-1\right)^{2}, x\ne 1\right.$

$$2\frac{\left(x^{2}+x+1\right)^{2}}{\left(x-1\right)^{2}}-7-13\frac{\left(x^{3}-1\right)}{\left(x-1\right)^{2}}=0; 2\left(\frac{x^{2}+x+1}{x-1}\right)^{2}-13\left(\frac{x^{2}+x+1}{x-1}\right)-7=0;$$

$$\frac{x^{2}+x+1}{x-1}=t; 2t^{2}-13t-7=0; \left[\begin{array}{c}t=-\frac{1}{2},\\t=7;\end{array}\right.$$

1. $\frac{x^{2}+x+1}{x-1}=-\frac{1}{2}; 2x^{2}+2x+2=-x+1;$

$$2x^{2}+3x+1=0; \left[\begin{array}{c}x=-1,\\x=-\frac{1}{2}.\end{array}\right.$$

1. $\frac{x^{2}+x+1}{x-1}=7; x^{2}+x+1=7x-7; x^{2}-6x+8=0;$

$$\left[\begin{array}{c}x=2,\\x=4.\end{array}\right.$$

Ответ: $\left\{-1; -\frac{1}{2}; 2; 4\right\}$

Примеры подобных уравнений:

$\left(x^{2}+x+4\right)^{2}+8x\left(x^{2}+x+4\right)+15x^{2}=0;$

$$3\left(x+2\right)^{2}+2\left(x^{2}-2x+4\right)^{2}=5\left(x^{3}+8\right);$$

$$\left(x+5\right)^{4}-13x^{2}\left(x+5\right)^{2}+36x^{4}=0;$$

$$2\left(x-1\right)^{4}-5\left(x^{2}-3x+2\right)^{2}+2\left(x-2\right)^{4}=0.$$

# Однородные показательные, логарифмические и иррациональные уравнения

1. $9^{x}+6^{x}-2∙4^{x}=0;$
2. $4∙9^{x}-7∙12^{x}+3∙16^{x}=0;$
3. $5∙4^{x}-7∙10^{x}+2∙25^{x}=0;$
4. $lg^{2}\left(x+1\right)=lg\left(x+1\right)lg\left(x-1\right)+2lg^{2}\left(x-1\right);$
5. $2lg^{2}\left(2x-1\right)=lg^{2}\left(2x+1\right)-lg\left(2x-1\right)lg\left(2x+1\right);$
6. $4^{x}+6^{x}-2∙9^{x}=0;$
7. $\sqrt[3]{\left(x-6\right)^{2}}-3\sqrt[3]{\left(x-6\right)\left(2x+3\right)}+2\sqrt[3]{\left(2x+3\right)^{2}}=0.$

Пример решения:

$2∙4^{x}-5∙6^{x}+3∙9^{x}=0;$

**1 способ**

$$2∙4^{x}-5∙6^{x}+3∙9^{x}=0\left|:6^{x}; 2\left(\frac{4}{6}\right)^{x}-5+3\left(\frac{9}{6}\right)^{x}=0;\right.$$

$$2\left(\frac{2}{3}\right)^{x}-5+3\left(\frac{3}{2}\right)^{x}=0; \left(\frac{2}{3}\right)^{x}=t;$$

$$2t-5+\frac{3}{t}=0; 2t^{2}-5t+3=0; $$

$\left[\begin{array}{c}t=1,\\t=\frac{3}{2};\end{array} \left[\begin{array}{c}\left(\frac{2}{3}\right)^{x}=1,\\\left(\frac{2}{3}\right)^{x}=\frac{3}{2};\end{array} \left[\begin{array}{c}x=0,\\x=-1.\end{array}\right.\right.\right.$ Ответ: $\left\{0; -1\right\}$

**2 способ**

$$2∙4^{x}-5∙6^{x}+3∙9^{x}=0;$$

$2^{x}=a; 3^{x}=b.$

$2a^{2}-5ab+3b^{2}=0; D=25b^{2}-24b^{2}=b^{2};$

$a=\frac{5b\pm b}{4}=\left[\begin{array}{c}a=b,\\a=\frac{6b}{4}=\frac{3b}{2}.\end{array}\right.$

1. $2^{x}=3^{x}; \left(\frac{2}{3}\right)^{x}=1; x=0.$
2. $2^{x}=\frac{3}{2}∙3^{x}; \left(\frac{2}{3}\right)^{x}=\frac{3}{2}; x=-1.$

**3 способ**

$2a^{2}-5ab+3b^{2}=0\left|:b^{2}; \right.$ $2\left(\frac{a}{b}\right)^{2}-5\left(\frac{a}{b}\right)+3=0;$

$$\left[\begin{array}{c}\frac{a}{b}=1,\\\frac{a}{b}=\frac{3}{2};\end{array} \left[\begin{array}{c}a=b,\\\frac{a}{b}=\frac{3}{2};\end{array} \left[\begin{array}{c}2^{x}=3^{x},\\\left(\frac{2}{3}\right)^{x}=\frac{3}{2};\end{array} \left[\begin{array}{c}\left(\frac{2}{3}\right)^{x}=1,\\\left(\frac{2}{3}\right)^{x}=\frac{3}{2};\end{array} \left[\begin{array}{c}x=0,\\x=-1.\end{array}\right.\right.\right.\right.\right.$$

# Литература

1. Антонов Н. П., Выгодский М. Я. Сборник задач по элементарной математике. – М.: Наука, 1979
2. Вавилов В. В., Мельников И. И. Задачи по математике. Уравнения и неравенства. – М.: Наука, 1987
3. Дорофеев Г. В., Розов Н. Х. Пособие по математике для поступающих в вузы. – М.: Наука, 1971
4. Галицкий М. Л. Сборник задач по алгебре. – М.: Просвещение, 1992