Реферат

на тему «Уравнения, приводимые к квадратным»

 Подготовила обучающаяся 9-А класса

 ГБОУ ЛНР «Рубежанская СШ № 2»

 Тимофеева Серафима Сергеевна

 Куратор: Родионова Лада Николаевна

г. Рубежное

2024 г.

Оглавление

[Уравнения, приводимые к квадратным 2](#_Toc183537035)

[Вступление 2](#_Toc183537036)

[Основная часть 2](#_Toc183537037)

[Симметричные, коссосимметричные уравнения 2](#_Toc183537038)

[Дополнение до полного квадрата 3](#_Toc183537039)

[Уравнения вида $(ax+b\_{1})^{4}+(ax+b\_{2})^{4}=A$ 4](#_Toc183537040)

[Литература 6](#_Toc183537041)

# Уравнения, приводимые к квадратным

# Вступление

Решение многих задач сводится к решению квадратных уравнений, простых и более сложных. Эти уравнения по виду можно разделить на несколько групп. Каждый этот вид имеет свою специфику решения. Я рассмотрела некоторые виды таких уравнений.

# Основная часть

## Симметричные, коссосимметричные уравнения

Уравнения вида $ax^{4}+bx^{3}+cx^{2}+bx+a=0$.

Пример:

$2x^{4}+3x^{3}-16x^{2}+3x+2=0\left|:x^{2}, x\ne 0\right.$

$2x^{2}+3x-16+\frac{3}{x}+\frac{2}{x^{2}}=0; 2\left(x^{2}+\frac{1}{x^{2}}\right)+3\left(x+\frac{1}{x}\right)-16=0;$

$$x+\frac{1}{x}=t; \left(x+\frac{1}{x}\right)^{2}=t^{2}; x^{2}+2+\frac{1}{x^{2}}=t^{2}; x^{2}+\frac{1}{x^{2}}=t^{2}-2;$$

$$2\left(t^{2}-2\right)+3t-16=0; 2t^{2}+3t-20=0; \left[\begin{array}{c}t=-4,\\t=\frac{5}{2}.\end{array}\right.$$

$$1) x+\frac{1}{x}=-4; x^{2}+4x+1=0; x\_{1,2}=-2\pm \sqrt{3}$$

$$2) x+\frac{1}{x}=\frac{5}{2}; 2x^{2}-5x+2=0; x\_{3,4}=\frac{1}{2}; 2.$$

Ответ: $\left\{-2\pm \sqrt{3}; \frac{1}{2}; 2\right\}$

Примеры уравнений такого вида:

$6x^{4}+5x^{3}-38x^{2}+5x+6=0;$

$x^{4}-7x^{3}+10x^{2}-7x+1=0;$

$4x^{4}+6x^{3}-10x^{2}-9x+9=0;$

$2x^{4}-9x^{3}+14x^{2}-9x+2=0;$

$\left(x^{2}+\frac{16}{x^{2}}\right)-\left(x+\frac{4}{x}\right)-12=0;$

$x^{2}+\frac{16}{x^{2}}-5x+\frac{20}{x}=2;$

1. Обратные уравнения

$ax^{4}+bx^{3}+cx^{2}+dx+l=0$ при условии $\frac{l}{a}=\frac{d^{2}}{b^{2}}$

Пример:

$x^{4}-x^{3}-8x^{2}-2x+4=0; $

$x^{4}-x^{3}-8x^{2}-2x+4=0\left|:x^{2}, x\ne 0\right.$

$x^{2}-x-8-\frac{2}{x}+\frac{4}{x^{2}}=0; x^{2}+\frac{4}{x^{2}}-\left(x+\frac{2}{x}\right)-8=0;$

$x+\frac{2}{x}=t; x^{2}+4+\frac{4}{x^{2}}=t^{2}; x^{2}+\frac{4}{x^{2}}=t^{2}-4; t^{2}-4-t-8=0; $

$t^{2}-t-12=0; t\_{1,2}=-3;4$

1. $x+\frac{2}{x}=-3; x^{2}+3x+2=0; x\_{1,2}=-2; -1.$
2. $x+\frac{2}{x}=4; x^{2}-4x+2=0; x\_{3,4}=2\pm \sqrt{2}.$
Ответ: $\left\{2\pm \sqrt{2}; -2; -1\right\}$

## Дополнение до полного квадрата

$$f^{2}\left(x\right)+h^{2}\left(x\right)=a$$

$x^{2}+\frac{9x^{2}}{\left(x-3\right)^{2}}=16$.

(Примечание: если в знаменателе член со знаком «-», то приводим к виду $\left(f\left(x\right)+h(x)\right)^{2},$ а если со знаком «+», то приводим к виду $\left(f\left(x\right)-h(x)\right)^{2})$.

$$x^{2}+2∙x∙\frac{3x}{x-3}+\frac{9x^{2}}{\left(x-3\right)^{2}}+\frac{6x^{2}}{x-3}=16; \left(x+\frac{3x}{x-3}\right)^{2}+\frac{6x^{2}}{x-3}=16;$$

$$\left(\frac{x^{2}-3x+3x}{x-3}\right)^{2}+\frac{6x^{2}}{x-3}-16=0; \left(\frac{x^{2}}{x-3}\right)^{2}+\frac{6x^{2}}{x-3}-16=0;$$

$$\frac{x^{2}}{x-3}=t=> t^{2}+6t-16=0; \left[\begin{array}{c}t=-8,\\t=2.\end{array}\right.$$

1. $\frac{x^{2}}{x-3}=-8; x^{2}+8x-24=0; x\_{1,2}=-4\pm \sqrt{40}.$
2. $\frac{x^{2}}{x-3}=2; x^{2}-2x+6=0;x\in ∅$

Ответ: $-4\pm \sqrt{40}$

Примеры подобных уравнений:

$x^{2}+\frac{9x^{2}}{\left(x-3\right)^{2}}=7;$

$x^{2}+\left(\frac{5x}{x+5}\right)^{2}=\frac{125}{4};$

$x^{2}+\frac{9x^{2}}{\left(x+3\right)^{2}}=7$;

$x^{2}+\frac{x^{2}}{\left(x+1\right)^{2}}=3;$

$x^{2}+\frac{81x^{2}}{\left(x-9\right)^{2}}=40.$

## Уравнения вида $\left(ax+b\_{1}\right)^{4}+\left(ax+b\_{2}\right)^{4}=A$

Для возведения в степень можно воспользоваться треугольником Паскаля.

1 $\left(a+b\right)^{0}$

1 1 $\left(a+b\right)^{1}$

1 2 1 $\left(a+b\right)^{2}$

1 3 3 1 $\left(a+b\right)^{3}$

1 4 6 4 1 $\left(a+b\right)^{4}$

1 5 10 10 5 1 $\left(a+b\right)^{5}$

$\left(a+b\right)^{2}=a^{2}+2ab+b^{2}$

$\left(a+b\right)^{3}=a^{3}+3a^{2}b+3ab^{2}+b^{3}$

$\left(a+b\right)^{4}=a^{4}+4a^{3}b+6a^{2}b^{2}+4ab^{3}+b^{4}$

$\left(a+b\right)^{5}=a^{5}+5a^{4}b+10a^{3}b^{2}+10a^{2}b^{3}+5ab^{4}+b^{5}$

Пример:

$\left(x-6\right)^{4}+\left(x-8\right)^{4}=16; \frac{6+8}{2}=7; x-7=t;$

$\left(t+1\right)^{4}+\left(t-1\right)^{4}=16;$

$t^{4}+$4$t^{3}+6t^{2}+4t+1+t^{4}-4t^{3}+6t^{2}-4t+1=16$;

$2t^{4}+12t^{2}+2-16=0; 2t^{4}+12t^{2}-14=0; t^{4}+3t^{2}-7=0$;

$\left[\begin{array}{c}t^{2}=1,\\t^{2}=-7, нет корней;\end{array}\right.$

$t^{2}=1$; $t=\pm 1;$

$\left[\begin{array}{c}x-7=1,\\x-7=-1;\end{array} \left[\begin{array}{c}x=8,\\x=6.\end{array}\right.\right.$ Ответ: $\left\{6;8\right\}$

## Литература

1. Антонов Н. П., Выгодский М. Я. Сборник задач по элементарной математике. – М.: Наука, 1979
2. Вавилов В. В., Мельников И. И. Задачи по математике. Уравнения и неравенства. – М.: Наука, 1987
3. Говоров В. М. Сборник конкурсных задач по математике. – М.: Наука, 1983
4. Дорофеев Г. В. Пособие по математике для поступающих в вузы. – М.: Наука, 1971