Оглавление

[Введение 2](#_Toc446099470)

[История возникновения числа π 3](#_Toc446099471)

[Приближения числа Пи 5](#_Toc446099472)

[Дополнительные факты о числе π 12](#_Toc446099473)

[Практическое вычисление числа π 13](#_Toc446099474)

[Простейшее измерение 13](#_Toc446099475)

[Заключение 14](#_Toc446099476)

# Введение

*«Число π лезет в дверь, в окно и через крышу»*

*Английский математик Морган*

Число π является одним из интереснейших чисел, встречающихся при изучении математики. Оно встречается и в других школьных дисциплинах. С числом π связано много интересных фактов, поэтому оно вызывает интерес к изучению.

 Знаете ли вы, что эта обыкновенная, на первый взгляд, полузабытая буква из школьного курса математики намного интереснее при ближайшем рассмотрении и изучении, имеет свою историю, очень много значит для математиков — они без неё просто никуда, и даже имеет свой праздник?

 - 14 марта объявлено Всемирным днем числа π .

 - Число π захватывает умы гениев всего мира.

 **Гипотеза**

 При правильном понимании и применении числа π:

 • возможно легкое запоминание тем и изучение дисциплин школьного курса математики;

 • возможно существование интересных фактов, связанных с числом π.

 **Цель работы:**

 Исследование числа π и выявление его роли в окружающей среде

**Задачи работы:**

 1. Изучить историю возникновения числа π.

 2. Экспериментным путем найти число π.

 3. Изучить факты и правила для запоминания числа π.

**Объект**- число π.

**Предмет**- число π и его роль в жизни человечества.

**Методы:**

* общенаучные
* эксперимент
* частично-поисковый

## История возникновения числа π

История числа **π**, выражающего отношение длины окружности к её диаметру, началась в Древнем Египте. Площадь круга диаметром d египетские математики определяли как ($d-\frac{d}{9}$)2 (эта запись дана здесь в современных символах). Из приведенного выражения можно заключить, что в то время число p считали равным дроби ($\frac{16}{9}$)2, или $\frac{256}{81}$, т.е. p = 3,160...

В священной книге джайнизма [1] (одной из древнейших религий, существовавших в Индии и возникшей в VI в. до н.э.) имеется указание, из которого следует, что число p в то время принимали равным , что даёт дробь 3,162...

Древние греки Евдокс, Гиппократ и другие измерение окружности сводили к построению отрезка, а измерение круга - к построению равновеликого квадрата. Следует заметить, что на протяжении многих столетий математики разных стран и народов пытались выразить отношение длины окружности к диаметру рациональным числом.

Архимед в III в. до н.э. обосновал в своей небольшой работе "Измерение круга" три положения:

Всякий круг равновелик прямоугольному треугольнику, катеты которого соответственно равны длине окружности и её радиусу;

Площади круга относятся к квадрату, построенному на диаметре, как 11 к 14;

Отношение любой окружности к её диаметру меньше 3$\frac{1}{7}$ и больше 3$\frac{10}{71}$.

*Архимед*

Последнее предложение Архимед обосновал последовательным вычислением периметров правильных вписанных и описанных многоугольников при удвоении числа их сторон. Сначала он удвоил число сторон правильных описанного и вписанного шестиугольников, затем двенадцатиугольников и т.д., доведя вычисления до периметров правильного вписанного и описанного многоугольников с 96 сторонами. По точным расчётам Архимеда отношение окружности к диаметру заключено между числами 3\*$\frac{10}{71}$ и 3\*$\frac{1}{7}$, а это означает, что **π** = 3,1419... Истинное значение этого отношения 3,1415922653...

В V в. до н.э. китайским математиком Цзу Чунчжи было найдено более точное значение этого числа: 3,1415927...

Впервой половине XV в. обсерватории Улугбека, возле Самарканда, астроном и математик ал-Каши вычислил π с 16 десятичными знаками. Он сделал 27 удвоений числа сторон многоугольников и дошёл до многоугольника, имеющего 3\*228 углов. Ал-Каши произвёл уникальные расчёты, которые были нужны для составления таблицы синусов с шагом в 1'. Эти таблицы сыграли важную роль в астрономии.

Спустя полтора столетия в Европе Ф.Виет [3] нашёл число **π** только с 9 правильными десятичными знаками, сделав 16 удвоений числа сторон многоугольников. Но при этом Ф.Виет первым заметил, что p можно отыскать, используя пределы некоторых рядов.

*Франсуа Виет*

Это открытие имело большое значение, так как позволило вычислить **π** с какой угодно точностью. Только через 250 лет после ал-Каши его результат был превзойдён.

Первым ввёл обозначение отношения длины окружности к диаметру современным символом **π** английский математик У.Джонсон в 1706 г. В качестве символа он взял первую букву греческого слова "periferia", что в переводе означает "окружность". Введённое У.Джонсоном обозначение стало обшеупотребительным после опубликования работ Л.Эйлера, который воспользовался введённым символом впервые в 1736 г.

В конце XVIII в. А.М.Лажандр на основе работ И.Г.Ламберта доказал, что число p иррационально. Затем немецкий математик Ф.Линдеман, опираясь на исследования Ш.Эрмита, нашёл строгое доказательство того, что это число не только иррационально, но и трансцендентно, т.е. не может быть корнем алгебраического уравнения. Из последнего следует, что с помощью только циркуля и линейки построить отрезок, равный по длине окружности, н е в о з м о ж н о, а следовательно, не существует решения задачи о квадратуре круга.

Поиски точного выражения π продолжались и после работ Ф.Виета. В начале XVII в. голландский математик из Кёльна Лудольф ван Цейлен (1540-1610) (некоторое историки его называют Л.ван Кейлен) нашёл 32 правильных знака. С тех пор (год публикации 1615) значение числа π с 32 десятичными знаками получило название числа Лудольфа.

К концу XIX в., после 20 лет упорного труда, англичанин Вильям Шенкс нашёл 707 знаков числа π. Однако в 1945 г. обнаружено с помощью ЭВМ, что Шенкс в своих вычислениях допустил ошибку в 520-м знаке и дальнейшие его вычисления оказались неверными.

После разработки методов дифференциального и интегрального исчисления [1] было найдено много формул, которые содержат число "пи". Некоторые из этих формул позволяют вычислить "пи" приёмами, отличными от метода Архимеда и более рациональными. Например, к числу "пи" можно прийти, отыскивая пределы некоторых рядов. Так, Г.Лейбниц (1646-1716) получил в 1674 г. ряд

1. $\frac{1}{3}$+$ \frac{1}{5}-\frac{1}{7} $+$ \frac{1}{9}-\frac{1}{11}$+... =$\frac{π}{4}$,

который дал возможность вычислить **π** более коротким путём, нежели Архимед.

Ещё более удобную формулу для вычисления π получил Дж.Мачин. Пользуясь этой формулой, он вычислил π (в 1706 г.) с точностью до 100 верных знаков. Хорошее приближение для "пи" даёт выражение

p = $\sqrt{2}+\sqrt{3}$

Однако следует помнить, что это равенство надо рассматривать как приближённое, т.к. правая часть его - число алгебраическое, а левая - трансцендентное, следовательно, эти числа равными быть не могут.

В наше время труд вычислителей заменили ЭВМ. С их помощью число "пи" вычислено с точностью более миллиона знаков после запятой, причём эти вычисления продолжались только несколько часов.

## Приближения числа Пи

Напомним: число π («пи») определяется как отношение длины окружности C к ее диаметру d = 2r. Это кратко выражается формулой для вычисления длины окружности C = πd, или C = 2πr. Другая известная формула, в которой встречается π, – формула площади круга S = πr2, или S = πd$\frac{2}{4}$. В принципе π можно было бы определить как отношение площади круга к квадрату радиуса. За этими формулами скрываются три крайне простых математических факта:

1) длина окружности пропорциональна ее диаметру;

2) площадь круга пропорциональная квадрату радиуса;

3) коэффициенты пропорциональности в двух последних случаях совпадают.

Десятичная дробь, выражающая число π, бесконечна, хотя можно вычислить различные конечные дроби – десятичные приближения для π. Наиболее популярное приближение – с точностью до сотых: π ≈ 3,14.

Самое простое приближение для π полагает его равным 3 [2] (несмотря на грубость этого приближения, его ошибка менее 5 %). Такое приближение использовалось, например, в Древнем Вавилоне в III–II вв. до н. э.: длину окружности находили по правилу, которое в современных обозначениях можно записать C = 3d, площадь круга находили по правилу S = $\frac{С^{2}}{12}$. Значение π = 3 используется и древними иудеями: библейский автор упоминает, что при строительстве храма при царе Соломоне мастер Хирам из Тира в числе других храмовых украшений «сделал литое из меди море, – от края его до края его десять локтей, – совсем круглое,... и шнурок в тридцать локтей обнимал его кругом» (3 Цар 7, 23). Позже для более точных вычислений использовалось геометрическое приближение: от площади квадрата, описанного вокруг круга, отнимались площади треугольников с длиной стороны, равной трети стороны квадрата, получалось довольно точное значение π = 3 + $\frac{1}{7}$ = 3,11.



Геометрические приближения площади круга, Древний Вавилон

В Древнем Египте для вычисления площади круга использовалось правило S = (8d / 9)2, что соответствует значению π = 4 ∙ (8/9)2 ≈ 3,1605. Ошибка при этом составляет менее 1 %. Как получали это правило, неизвестно.



Геометрическое приближение площади круга, Древний Египет

У древнегреческих математиков с их превалирующим интересом к геометрическим построениям и доказательствам, а не к вычислениям, вопрос о численном значении π был не столь важным, нежели проблема квадратуры круга, т. е. построения квадрата, равновеликого данному кругу, если удастся, то с помощью циркуля и линейки, а в противном случае – с помощью каких-то других инструментов. Задача о квадратуре круга имела широкую известность не только среди математиков: например, о ней говорится в комедии Аристофана «Птицы».

Изучая задачу о квадратуре круга, Гиппократ Хиосский (V в. до н. э.) нашел некоторые случаи [3], когда с помощью циркуля и линейки можно найти квадратуру определенных частей круга, ограниченных кривыми линиями (а именно, двумя окружностями). Такие части называются луночками. Самый простой случай – это луночка между окружностью, описанной около равнобедренного прямоугольного треугольника, и другой окружностью, диаметром которой служит катет этого треугольника.

Нетрудно видеть, что, по теореме Пифагора, AB2 = 2BC2, а потому площадь круга, построенного на AB, равна двум площадям круга, построенного на BC, а значит, площадь полукруга, построенного на BC, равна площади четверти круга, построенного на AB. Поэтому, вырезав из этих фигур их общую часть – сегмент BC – получим равновеликие фигуры: таким образом, площадь луночки равна площади прямоугольного треугольника BOC.

Древнейшие известные попытки собственно квадратуры круга принадлежат Антифонту и Бризону (V в. до н. э.). Антифонт последовательно вписывал в круг правильные многоугольники, каждый раз удваивая количество сторон, и полагал, что в конце концов многоугольник совпадет с окружностью. Бризон строил два квадрата – вписанный в окружность и описанный вокруг нее – и считал, что площадь квадрата, лежащего между ними, равна площади круга. Разумеется, в буквальном понимании и Антифонт, и Бризон заблуждались. Однако их идеи оказались весьма плодотворными: действительно, вписывая в окружность правильные многоугольники со все большим числом сторон, можно сколь угодно близко подойти к площади круга и длине окружности; смысл есть и в том, чтобы рассматривать не только вписанные, но и описанные многоугольники: при этом площадь круга будет лежать между площадями вписанных и описанных многоугольников, а длина окружности – между периметрами тех и других.



Площадь круга – предел площади описанных и вписанных многоугольников

В дальнейшем именно вписанные и описанные правильные многоугольники стали активно применяться как для теоретических исследований, так и для конкретного вычисления числа π. Именно с помощью таких многоугольников было сформулировано строгое доказательство того, что площади кругов относятся как квадраты их диаметров, найденное, по-видимому, Евдоксом и приведенное в «Началах» Евклида. Архимед доказал, что площадь круга равна половине произведения длины окружности на ее радиус. Кроме того, с помощью вычисленных им периметров вписанных и описанных правильных многоугольников (от 6-угольника до 96-угольника) Архимед нашел, что:



или, в десятичных дробях, 3,1409... < π < 3,1428... (подлинное значение π = 3,14159...).

Таким образом, он не только нашел приближенные значения π, но и оценил точность этих приближений. Уже найденная Архимедом верхняя оценка, равная 22/7, дает приближение π с точностью 0,04 %. Эту дробь часто называют «архимедовым числом». Клавдий Птолемей, использовав правильный 720-угольник, нашел, что π ≈ 377/120, что составляет приблизительно 3,14167 (ошибка меньше 0,003 %).

Значение по-видимому, впервые появилось у китайского астронома и философа Чжан Хена (нач. II в. н. э.); вероятно, из Китая оно перешло к индийцам (Брахмагупта, VII в.) и арабам (ал-Хорезми, IX в.); впрочем, метод получения этого значения нам неизвестен. Лю Хуэй (III–IV вв.) с помощью рассмотрения вписанных и описанных многоугольников (в том числе с 3072 вершинами) пришел к приближению π = 3,14159, а Цзу Чун-чжи (V в.) доказал, что 3,1415926 < π < 3,1415927.

Самаркандский математик ал-Каши в «Трактате об окружности» (1424 г.) поставил себе задачу выразить окружность через диаметр с такой точностью, чтобы погрешность в длине окружности, равной 600 000 диаметров Земли, не превосходила толщины волоса. Рассмотрев правильные многоугольники вплоть до фигуры с 805 306 368 (3 ∙ 228) вершинами, ал-Каши нашел 16 верных знаков (после запятой) числа π, а именно, приближение π = 3,14159265358979325 (в реальности 17-й знак после запятой – 3 или 4, потому что 18-й – 8). Европейские математики достигли такой точности и превзошли ее лишь в конце XVI в.: в 1597 г. голландец А. ван Роомен вычислил 17-й знак, для чего применил многоугольник с 1 073 741 824 (230) вершинами.

В начале XVII в. профессор математических и военных наук Лейденского университета Лудольф ван Цейлен [4] довел количество точных знаков (после запятой) числа π до 35. Современники называли найденное им приближение π «числом Лудольфа». Эти знаки он завещал выбить на надгробном камне. Интересно, что, поскольку в то время привычная нам позиционная запись десятичных дробей еще не вполне прижилась, на надгробии было написано не 3,14159265358979323846264338327960288, а



В результате число верных знаков быстро возросло: вычислители подбирали формулы поудобнее и соревновались друг с другом в том, кто больше получит этих знаков.



*Результаты вычисления числа «пи» различными учеными*

Рекорд для XIX в. поставил Уильям Шенкс [1], нашедший в результате 707 знаков после запятой; в 1-ой половине XX в. эти знаки часто воспроизводили в популярной литературе, а архитекторы даже украшали ими свои сооружения (Дом занимательной науки в Ленинграде, ныне Санкт-Петербург, 1934; Дворец открытий в Париже, 1937). В 1945 г. результаты Шенкса были проверены на компьютере, и оказалось, что из его знаков верны только первые 527. Компьютеры позволили существенно увеличить количество точных цифр в десятичном разложении π, причем, если раньше вычислители тратили на них многие годы, то теперь компьютеры справлялись с этим менее чем за день работы. Этому также способствовало применение более эффективных алгоритмов на основание новых математических формул.



*Результаты вычисления числа «пи» вычислительными машинами*

Само обозначение π для отношения окружности к диаметру было введено в 1706 году У. Джонсом.

Что касается принципиальных математических результатов относительно π, то здесь следует упомянуть, во-первых, доказательство иррациональности этого числа, проведенное в 1766 г. И. Г. Ламбертом (некоторый пробел в доказательстве Ламберта был восполнен в 1800 г. А. М. Лежандром), а во-вторых, доказательство трансцендентности π, осуществленное в 1882 г. К. Ф. Линдеманом. Трансцендентность некоторого числа означает, что оно не может быть корнем никакого уравнения вида anxn + an – 1xn – 1 + ... + a1x + a0 = 0 с целыми коэффициентами a0, a1, ..., an. Из этого следует, что оно не может быть представлено в виде конечной комбинации целых чисел, арифметических действий и знака извлечения корня. Поэтому и квадратура круга не может быть решена с помощью циркуля и линейки, которые позволяют строить лишь отрезки, выражаемые через арифметические действия и квадратные корни.

## Дополнительные факты о числе π

* Памятник числу «пи» на ступенях перед зданием Музея искусств в Сиэтле [1].
* Древние египтяне и Архимед принимали величину от 3 до 3,160, арабские математики считали число.
* Мировой рекорд по запоминанию знаков числа после запятой принадлежит китайцу Лю Чао, который в 2006 году в течение 24 часов и 4 минут воспроизвёл 67 890 знаков после запятой без ошибки. В том же 2006 году японец Акира Харагути заявил, что запомнил число до 100-тысячного знака после запятой, однако проверить это официально не удалось.
* В штате Индиана (США) в 1897 году был выпущен билль, законодательно устанавливающий значение числа Пи равным 3,2. Данный билль не стал законом благодаря своевременному вмешательству профессора университета Пердью, присутствовавшего в законодательном собрании штата во время рассмотрения данного закона.
* «Число Пи для гренландских китов равно трем» написано в «Справочнике китобоя» 1960-х годов выпуска.
* По состоянию на 2010 год вычислено 5 триллионов знаков после запятой.
* По состоянию на 2011 год вычислено 10 триллионов знаков после запятой.

**В культуре**

* Существует художественный фильм, названный в честь числа Пи [4].
* Неофициальный праздник «День числа пи» ежегодно отмечается 14 марта, которое в американском формате дат (месяц/день) записывается как 3.14, что соответствует приближённому значению числа. Считается, что праздник придумал в 1987 году физик из Сан-Франциско Ларри Шоу, обративший внимание на то, что 14 марта ровно в 01:59 дата и время совпадают с первыми разрядами числа Пи = 3,14159.
* Ещё одной датой, связанной с числом , является 22 июля, которое называется «Днём приближённого числа Пи» (англ. Pi Approximation Day), так как в европейском формате дат этот день записывается как 22/7, а значение этой дроби является приближённым значением числа .

## Практическое вычисление числа π

### Простейшее измерение

Начертим на плотном картоне окружность диаметра d (=15 см), вырежем получившийся круг и обмотаем вокруг него тонкую нить [1]. Измерив длину l (=46,5 см) одного полного оборота нити, разделим l на длину диаметра d окружности. Получившееся частное будет приближенным значением числа , т. е. = $\frac{1}{d}$ = 46,5 см / 15 см = 3,1. Данный довольно грубый способ дает в обычных условиях приближенное значение числа с точностью до 1.

**Проверка соотношений человеческого тела**
Художники эпохи Возрождения заметили следующие соотношения в размере человеческого тела. Оказывается отношения размаха рук (h) к росту человека (H) всегда равно одному и тому же числу, связанному с числом Фидия (Ф) и числом π . Надо знать, что π = 2• Ф• h/ H Ф≈1,62

 Этот факт подтвердили и наши измерения
1) мои показатели H = 144 см, h = 140 см, π = 3,15
2) показатели одноклассника H = 162 см, h = 158 см, π = 3,16
3) показатели одноклассницы H = 155 см, h = 151 см, π = 3,16
Вывод: число π ≈3,16

**Вывод:**

В результате наших исследований мы узнали много интересных фактов и тайн числа Пи. Попытались выяснить связь между цифрами числа Пи и историческими фактами. Выяснили, что применение числа Пи в жизни человека очень разнообразно. Поняли, что число Пи древнее Египетских пирамид.

Считаем, что нужно продолжить работу над расшифровкой закодированной информация, которая заложена в числе Пи и, возможно, в числе Пи есть ответ на все вопросы, которые мучают наше человечество, может быть, со времен сотворения самого человечества.

#

# Заключение

 Проведенная работа нам была интересна. Мы хотели узнать об истории числа π, практическом применении и думаем, что достигли поставленной цели. Подводя итог работы, мы пришли к выводу, что данная тема актуальна. С числом π связано много интересных фактов, поэтому оно вызывает интерес к изучению.

 История чисел увлекательна и загадочна. Мы хотели бы продолжить исследования других удивительных чисел в математике. Это станет объектом наших следующих исследовательских изучений.

Сколько в мире неразгаданных тайн?! И чем больше человек находит на них ответов, тем больше новых вопросов он получает. Математика – одна из тех наук, которая будет постоянно заставлять человека думать, мыслить, творить и разгадывать, познавать новое, спрашивать и отвечать. Познакомившись с число пи, были удивлены, ибо история человечества предстала пред нами как череда усилий величайших умов по уточнению знаков числа «пи» и поисков алгоритмов для этого процесса. И чем больше мы погружался в неизвестное об известном мне числе, тем больше новых вопросов возникало. Так что останавливаться на этой работе мы не станем, а продолжим свои исследования.

 Данная работа имеет практическую значимость как пособие для учителя и учениика, которое позволяет всесторонне изучить число Пи, а также познакомиться с его тайнами и значением в жизни человека.

**Список литературы**

1. Жуков А.В. Вездесущее число Пи.- М.:URSS,2012, 240 с.

2. Звонкин А. Что такое p // Квант, 1978 №11.

3. Кымпан Ф. История числа p. - М.: Наука, Гл. ред. физ.-мат. лит., 1987, 138 с.

4. Райк А.Е. Очерки по истории математики в древности. - Саранск, 1987, 95 с.