Муниципальное бюджетное общеобразовательное учреждение Средняя общеобразовательная школа №5

\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_

**«Аликвотные дроби в жизни и задачах»**

секция «Математика»

Выполнила: Агафонова Дарья Константиновна

Ученица 7 класса В

Руководитель: Скоробогатько Татьяна

Александровна, учитель математики первой квалификационной категории

г. Бердск - 2017

Содержание

Введение 3

О происхождении дробей 5

Аликвотные дроби 6

Задачи на сумму аликвотных дробей 7

Задачи о нашем классе 8

Задачи на сравнение с аликвотными дробями 9

Деление чисел с помощью аликвотных дробей 10

Заключение 11

Литература 12

Введение

Каждый день на уроках математики мы узнаем о свойствах чисел и фигур, решаем задачи, используя разные правила и законы. В этом большим помощником у нас является учебник.

При изучении раздела «Для тех, кому интересно» я столкнулась с новым названием дробей - «аликвотные дроби». Как складывать десятичные и обыкновенные дроби, как решать уравнения и задачи, используя полученные знания, я знала, а вот про аликвотные дроби услышала впервые.

В связи с этим, основной целью данной работы явилось стремление глубже познакомиться с историей обыкновенных дробей и операциями над ними, используемыми в древности и в наше время.

Применение аликвотных дробей делает решение некоторых задач более неожиданным и вызывает живой интерес, особенно если это чисто практическая задача. Этот приём непосредственно связан со школьной темой решения задач на дроби и его применение делает задачи занимательными и доступными. Использование аликвотных дробей позволяет доказывать некоторые неравенства и находить значения сумм дробных чисел.

В современном мире используют совсем другие приёмы выполнения действия с обыкновенными дробями, но по сей день, окончательно не разгаданы правила по которым составляли древние египтяне таблицы для представления дробей в виде суммы аликвотных.

Практическая направленность работы состоит в том, что при использовании данного метода решения задач на дроби, развивается нестандартное мышление, оживляется интерес к, казалось бы, непонятно как решаемым задачам, они становятся занимательными и доступными. Подобные задания встречаются в олимпиадных заданиях, а так же могут использоваться при распределении предметов или долей в некоторых жизненных ситуациях. Данная тема, безусловно, расширяет математический кругозор, обогащает арсенал средств, используемых в решении разнообразных задач.

Объектом исследования являются аликвотные дроби.

Гипотеза: если учащиеся будут уметь применять аликвотные дроби при решении задач, то это поможет им находить решения «трудных задач».

Задачи:

1. изучить литературу и узнать о происхождении аликвотных дробей
2. научиться решать задачи, применяя аликвотные дроби.

Для того чтобы выяснить, знают ли современные школьники про аликвотные дроби и где они встречаются в жизни я провела опрос, а также диагностику учащихся 6 класса (20 учащихся), 7 класса (30 учащихся) и 9 класс (44 учащихся).

|  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- |
| классы | 6 | 7 | 9 |
| знают | 15 | 20 | 13 |
| не знают | 5 | 10 | 31 |

При работе я пользовалась следующими методами:

* поисковый метод с использованием научной и учебной литература, а также поиск необходимой информации в сети Интернет;
* практический метод выполнения вычислений

О происхождении дробей.

Наряду с необходимостью считать предметы у людей с древних времен

появилась потребность измерять длину, площадь, объем, время и другие величины. Результат измерения не всегда удается выразить натуральным числом. Приходится учитывать и части употребляемой меры. Так возникли дроби. Вначале это были конкретные дроби, части известных единиц. В древней Руси, например, «четверть», «осьмина» долгое время означали конкретные дроби, части более крупной меры.

Первая дробь, с которой познакомились люди, была, наверное, половина. За ней последовали , , ,..., затем ,  и т. д., т. е. самые простые дроби, доли целого, называемые *единичными* или *основными* дробями. У них числитель всегда единица. Некоторые народы древности, например египтяне, выражали любую дробь в виде суммы только основных дробей. Лишь значительно позже у греков, затем у индийцев в других народов стали входить в употребление и дроби общего вида, называемые обыкновенными, у которых числитель и знаменатель могут быть любыми натуральными числами.

Единичные дроби в древней Руси называли долями, позднее «ломаными числами». В старых руководствах находим следующие названия дробей на Руси:

 — половина, полтина,  — треть,

 — четь,  — полтреть,

— полчеть,  — полполтреть,

 — полполчеть, — полполполтреть (малая треть),

 — полполполчеть (малая четь),  — пятина,

 — седьмина, — десятина.

Славянская нумерация употреблялась в России до ХVI в., лишь в этом веке в нашу страну постепенно стала проникать десятичная позиционная система счисления. Она окончательно вытеснила славянскую нумерацию при Петре I.

Аликвотные дроби.

Математики древнего Египта «настоящими» считали только дроби, выражающие какую-либо одну долю целого так называемые *единичные* или ***аликвотные*** дроби. Другие дробные числа они записывали не единым символом, а в виде суммы аликвотных дробей. Если, например, в результате измерения получалась дробь , то ответ выражался суммой . Для упрощения практических расчетов составлялись специальные таблицы, содержащие представления некоторых дробных чисел в виде суммы аликвотных дробей. Одна из таких таблиц обнаружена в древней рукописи «Папирус Ахмеса», названной так по имени ученого, рукой которого она была написана.

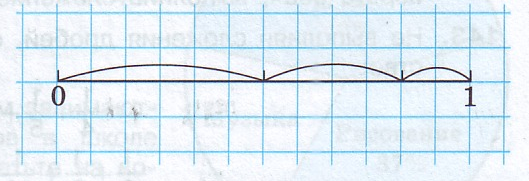
Вот как в расшифрованном виде выглядят некоторые содержащиеся в таблице записи: , , , .

Можно убедиться, что эти равенства действительно верные.

В том же «Папирусе Ахмеса» есть такая задача: разделить **7** хлебов между 8 людьми. По-египетски эта задача решалась так. Долю, приходящуюся на каждого человека, т. е. дробное число, выражали в виде суммы долей .

Значит, каждому человеку надо было дать полхлеба, четверть хлеба и восьмушку хлеба. Заметьте, такое решение еще и удобно: вместо того чтобы каждый хлеб резать на 8частей, достаточно было четыре хлеба разрезать пополам, два хлеба на 4 части и один хлеб на 8 частей.

Задачи на сумму аликвотных дробей.

**1**. Используя рисунок 1, представьте число 1 в виде суммы трех аликвотных дробей. Запишите соответствующее равенство и проверьте его.

*Решение*. . Рис. 1

**2**. *Старинная задача*. Персидский крестьянин завещал трем своим

сыновьям 17 верблюдов, причем первый должен был получить  часть всех верблюдов, второй — часть, а третий — . Братья думали долго, но разделить наследство по завещанию отца так и не смогли. Мимо на верблюде проезжал Ходжа Насреддин. Он предложил присоединить к верблюдам еще и своего и решить таким образом возникшую проблему. И действительно, братья смогли разделить верблюдов так, как наказал отец, причем Ходжа Насреддин получил своего верблюда обратно. Сколько верблюдов досталось каждому сыну?

*Решение.* Так как Насреддин добавил своего верблюда, то их стало 18, учитывая, что он так же получил его обратно, получим сумму: . То есть первый получил 9 верблюдов, второй — 6верблюдов, третий — 2 верблюда и Насреддин получил своего обратно.

**3.** Представьте в виде суммы различных аликвотных дробей следующую дробь:

а) ; б) ; в) ; г) .

*Решение.* а) ; б) ;

в) ; г) .

**4.** Рассмотрите равенства:

; ; .

Подметьте закономерность и «сконструируйте» следующее равенство. Проверьте себя, выполнив сложение дробей.

*Решение.* .

**5.** Найдите значение суммы 

заменив каждое слагаемое разностью аликвотных дробей:

, , … .

*Решение.* .

Задачи **о** нашем классе.

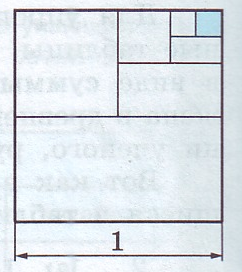
**1.** В конце четверти, для генеральной уборки кабинета, классный руководитель предложила нам распределиться следующим образом: половина учащихся приводит в порядок пол и стены, четверть — моет парты, пятая часть ухаживает за цветами. Но в нашем классе 19 учащихся и даже поделиться пополам не представляет возможности! Тогда наша классная предложила добавить в общее количество и её, но нив одну группу не включать. У задачи сразу нашлось решение:

 . Итак: мыли пол и стены — 10 учащихся, парты — 5учащихся, приводили в порядок цветы — 4 человека. Работа нашлась всем, а Ирина Алексеевна, наша классная, всем этим руководила!

**2.** Стас принёс в школу **5** яблок. Как разделить их поровну между **12** мальчиками, не разрезая ни одного из них на **12** части?

*Решение.* Каждый должен получить по  яблока. Но , значит, **3** яблока нужно разделить на **4** части и **2** яблока на **6** частей.

**Задачи на сравнение с аликвотными дробями.**

**1.** Квадрат со стороной, равной **1**, разделили пополам, затем одну его половину опять разделили пополам, одну из получившихся половинок еще раз разделили пополам и т. д. (рис. 2). Используя рисунок, докажите, что

 .

Рис. 2

*Решение*. Площадь квадрата со стороной равной **1**, так же равна **1**. На рисунке видно, что одна часть квадрата (закрашенная) остаётся, т. е. сумма площадей указанных частей меньше площади всего квадрата.

На сколько сумма аликвотных дробей, записанных в левой части неравенства, отличается от **1**? *Ответ:* на .

Допустим теперь, что сумма в левой части неравенства, построенная по тому же закону, содержит **100** слагаемых. Будет ли неравенство по-прежнему верным? *Ответ:* да, так как всё время будет оставаться часть нового разбиения.

**2.** Не выполняя сложения дробей, объясните, почему верно каждое неравенство:

; .

Подметьте закономерность и запишите следующее неравенство.

*Решение.* В левой стороне первого неравенства каждая дробь больше , следовательно, . Во втором неравенстве каждая дробь больше . Третье неравенство будет таким: .

Деление чисел с помощью аликвотных дробей.

В египетской арифметике основной была операция сложения. Умножение на целое число и деление без остатка производились с помощью удвоения, т. е. однократного сложения числа с самим собой.

Общим понятием дроби вида  египтяне еще не владели. Они использовали аликвотные дроби и некоторые индивидуальные дроби: и .

В простейшем случае, когда делитель является степенью числа **2**, египтяне использовали процесс раздвоения. Когда делитель не есть степень двух, не удается ограничиться раздвоением. В помощь вычислителю была составлена таблица для представления дробей  (**3 ≤ n ≤ 101**) в виде суммы аликвотных дробей: ; ; …; .

Историки науки — В. Л. Ван-дер-Варден, О. Нейгебауер, М. Я. Выгодский — выдвинули ряд гипотез, объясняющих правила, которыми пользовались ученые древнего Египта при составлении таблицы. Но вопрос этот до сих пор окончательно не решен. Таблица, как молчаливый сфинкс, хранит секрет своего составителя.

Покажем на простейшем примере, как египетские математики производили деление с помощью таблицы.

Нужно разделить **37** на **17.** Целую часть искомого числа находили с помощью операции удвоения: **17 + 17 = 34**, остаток **3**. 3 : 17 = (2 + 1) : 17 = ,

По таблице египтянин находил: .

Окончательно получал: .

Все сказанное свидетельствует о том, что операция деления в древнем Египте была очень сложной процедурой. Дроби в арифметике всех народов древности считались одним из самых запутанных разделов. Прошли столетия, прежде чем была создана система действий с дробями, которой мы сейчас пользуемся.

Заключение

Надеюсь, что рассмотренные в работе задачи и примеры убеждают нас в том, что самые «древние» дроби, с которыми столкнулось человечество, до сих пор не утратили своей значимости. С помощью аликвотных дробей многие «трудно решаемые» задачи становятся интересными, доступными и занимательными. Их использование развивает нестандартное мышление и даёт возможность решения некоторых практических задач оригинальным способом.

Список использованной литературы:

1. Г. И.Глейзер История математики в школе: IV - VI кл. Пособие для учителей. — М.: Просвещение, 1981.
2. Г. В. Дорофеев, Шарыгин И. Ф. и др. Математика: учебник для 6 класса общеобразовательных учреждений. — М.: Просвещение, 2008.
3. А. В. Дорофеева Страницы истории на уроках математики: книга для учителя. — М.: Просвещение, 2007.
4. Энциклопедический словарь юного математика для среднего и старшего школьного возраста. М.: Педагогика, 1989.
5. Т.Д. Гаврилова «Занимательная математика». 5-11 класс. Волгоград: Учитель, 2008.