

Технологическая карта занятия

Предмет/ дисциплина, группа	Математика 1 курс		
Тема занятия	Логарифмическая функция, график и свойства.		
Актуальность использования средств ИКТ	визуализация материала; необходимость работы с наглядностью в интерактивном режиме		
Цели занятия	обучающие	развивающие	воспитательные

	•	с	•	р	•	в
		ф		а		о
		о		з		п
		р		в		и
		м		и		т
		и		в		ы
		р		а		ва
		о		т		ть
		в		ь		п
		а		м		оз
		т		ы		н
		ь		с		ав
		п		л		ат
		р		и		е
		е		т		л
		д		е		ь
		с		л		н
		т		ь		у
		а		н		ю
		в		ы		а
		л		е		к
		е		о		т
		н		п		и
		и		е		в
		е		р		н
		о		а		о
				ц		ст
		л		и		ь,
		о		и		ч
		г		п		у
		а		о		в

	р и ф м и ч е с к о й ф у н к ц и и , е е о с н о в н ы х с в	с р е д с т в о м с р а в н е н и й, с о п о с т а в л е н и й,	ст ва о тв ет ст в е н н о ст и, у ва ж е н и я д р у г к д р у гу , вз а
--	---	---	--

	О й с т в а х ; • с Ф о р м и р о в а т ь у м е н и е в ы п о	о б о б щ е н и й, с о з н а т е л ь н о г о в о с п р и я т и	и м о п о н и м а н и я, вз а и м о п о д д е р ж к и, у в е р е н
--	--	--	---

	л н я т ь п о с т р о е н и е г р а ф и к а л о г а р и ф м и	я у ч е б н о г о м а т е р и а л а, р а з в и в а т ь з р и т	Н о ст и в се б е; в о с п и т ы ва ть к у л ьт у р у о б щ е н и я в
--	---	--	--

	ч е с к о й ф у н к ц и и ;	е л ь н у ю п а м я т ь, р а з в и в а т ь м а т е м а т и ч е	о с п и т ы ва ть у м е н и е к о н т р о л и р о ва ть с в о ю д ея
--	--	--	---

		с к у ю р е ч ь о б у ч а ю щ и х с я, с п о с о б с т в о в а	те л ь н о ст ь и о ц е н и ва ть её ; ф о р м и р о ва ть к о м м у н
--	--	--	---

		т ь р а з в и т и ю т в о р ч е с к о й д е я т е л ь н о с т	и ка т и в н ы е и и н ф о р м а ц и о н н ы е на в ы к и.
--	--	---	---

		и о б у ч а ю щ и х с я.	
		• ф о р м и р о в а т ь н а в ы к и с	

		а м о с т о я т е л ь н о й р а б о т ы ;	
Ком пете нции и	понимать сущность и социальную значимость своей будущей профессии, проявлять к ней		

	<p>устойчивый интерес;</p> <p>р а б о т а т ь в коллективе и команде,</p> <p>эффективно о б щ а т ь с я с коллегами,</p> <p>руководством, потребителями</p> <p>; принимать р е ш е н и я в стандартных и нестандартных ситуациях,</p> <p>нести за них ответственност ь.</p>
Аппаратное и программное обеспечение	<p>Аппаратное обеспечение:</p> <p>мультимедийный компьютер,</p> <p>в ы х о д в Интернет;</p>
Тип урока	<p>комбинированный</p>

	ОРГАНИЗАЦИОННАЯ СТРУКТУРА ЗАНЯТИЯ
ЭТАП 1	<i>Организационный момент</i>
Длительность этапа	2 мин.
Форма организации деятельности обучающихся	Фронтальная, индивидуальная.
Основные виды деятельности	Организация фронтальной беседы. Мы работаем над освоением темы «Логарифмы».

ости пре пода вате ля	<p>Что на данный момент мы знаем и умеем?</p> <p><i>Ответы учащихся.</i></p> <p>Знаем: определение, свойства логарифма, основное логарифмическое тождество, формулы перехода к новому основанию, области применения логарифмов.</p> <p>Умеем: вычислять логарифмы, производить преобразования логарифмов.</p> <p>С каким понятием тесно связано понятие логарифма? (с понятием степени, т.к.</p>
-----------------------------------	--

вателя

	логарифм – показатель степени) Перед вами рабочие листы. Вы должны каждый этап урока анализировать и поставить себе оценки.
Осн овн ые вид ы деят ельн ости обуч ающ ихся	прослушивание краткой характеристик и этапов урока.
ЭТ АП 2	<i>Актуализация опорных знаний, проверка домашнего задания.</i>
Цел ь	Подготовка к восприятию

	нового учебного материала (повторение определений, свойств, устная работа).
Длительность этапа	13 мин.
Форма организации деятельности учащихся	Фронтальная, индивидуальная работа
Основные виды деятельности	1. Индивидуальная работа по карточкам <i>Карточка 1</i> Найдите число

ости пре пода вате ля	х: а) $\log_3 x = -$ б) $\log_5 x = 2;$
	Карточка 2 Найдите число х: а) $\log_x 81 = 4$ б) $\log_x \frac{1}{4} = -2$
	Карточка 3 Вычислить: а) $2^{\log_2 3 + \log_2 5}$ б) $\log_7 7^5;$
	2 . У с т н а я работа «Морской бой» (слайд 2) В некоторых ячейках есть буквы. После решения всех заданий из этих букв выстраивается фамилия Н е п е р — математик,

изобретатель
логарифмов.

**3. Краткая
справка о
Джоне Непере**
(сообщение
учащегося)
(слайд 3)

*В качестве
опережающего
о домашнего
задания
учащимся
было
предложено
подготовить
сообщение о
Джоне
Непере,
который
о д н и м и з
первых изобрел
систему
логарифмов.*

Джон Непер
родился в 1550
в Мерчистон-
Касле близ
Эдинбурга. В
области
математики

	<p>Непер известен главным образом как изобретатель системы логарифмов, основанной на установлении соответствия между арифметическо й и геометрическо й числовыми прогрессиями. В «Описании удивительной таблицы логарифмов» он опубликовал первую таблицу логарифмов (ему же принадлежит и сам термин «логарифм»), но не указал, каким</p>
--	--

	<p>способом она вычислена.</p> <p>Объяснение было дано в другом его сочинении «Построение удивительной таблицы логарифмов», вышедшем в 1619, уже после смерти Непера.</p> <p>Таблицы логарифмов, насущно необходимые астрономам, нашли немедленное применение. В 1617 Непер опубликовал еще одну свою работу, Рабдологию (Rabdologia — «счет на палочках»), в которой</p>
--	---

	<p>изложил способ перемножения чисел с помощью особых брусков, получивших впоследствии название «костей Непера». Непер участвовал также в разработке различного рода боевых устройств (зажигательных стекол, артиллерийских орудий и т. д.). Умер Непер в Мерчистон-Касле 4 апреля 1617.</p>
--	--

Основной вид деятельности обучающихся	Участвуют во фронтальном и индивидуально в опросе, слушают, комментируют и оценивают ответы друг друга.
ЭТАП 3	<i>Изучение нового материала</i>
Цель	Рассмотреть определение логарифмической функции, графики и свойства
Длительность этапа	30 мин.
Формы организации	Фронтальная, индивидуальная.

деятельности учащихся	
Основные виды деятельности преподавателя	<p>Объяснение нового материала.</p> <p>Что представляют собой представленные выражения? (показательные функции) (слайд 4)</p> $2^x = y, \quad \left(\frac{1}{2}\right)^x =$ <p>Задание учащимся. Запишите эти выражения в виде логарифмов</p> <p>В результате этой работы получаются</p>

формулы:
(слайд 5)

$$x = \log_2 y, \quad x =$$

В полученных
выражениях
поменяем
местами x и y .
Что
получилось у
нас?

$$y = \log_a x, \quad y =$$

Как бы вы
назвали эти
функции?

(логарифмичес
кие, так как
переменная
стоит под
знаком
логарифма).

Как записать
эту функцию в
общем виде?

$$y = \log_a x$$

**Тема нашего
урока**

«Логарифмическая функция, её свойства и график».

Логарифмическая функция — это функция вида $y = \log_a x$, где $a > 0$, $a \neq 1$, $x > 0$ (слайд 6)

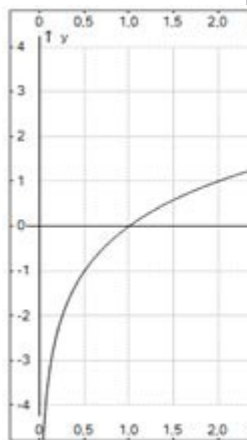
Наша задача — научиться строить и исследовать графики логарифмических функций, применять их свойства.

Построим графики функций: $y = \log_2 x$ и $y = \log_{\frac{1}{2}} x$ и перечислим

свойства этих
функций
(слайд 7)

1) $y = \log_2 x$

x	$\frac{1}{4}$	$\frac{1}{2}$
$y = \log_2 x$	-2	-1



Свойства
логарифмичес
кой функции
при $a > 1$
(слайд 9)

1. Область
определе

ния —
множест
во всех
положит
ельных
чисел \mathbb{R}_+ .

2. Область
значений
—
множест
во всех
действит
ельных
чисел \mathbb{R} .

3. Функция
является
ни
четной,
ни
нечетной

4. При всех
значения
 x a
график
логариф
мическо
й
функции

пересека
ет ось
абсцисс
в точке x
 $= 1$.

5. Промежу
тки
знакопос
тоянства:

$y > 0$ при
 $x \in$
 $(1; +\infty)$
 $y < 0$ при
 $x \in (0; 1)$

6. Функция
возраста
ет при x
 $\in (0; +\infty)$

7. Функция
непреры
вна.

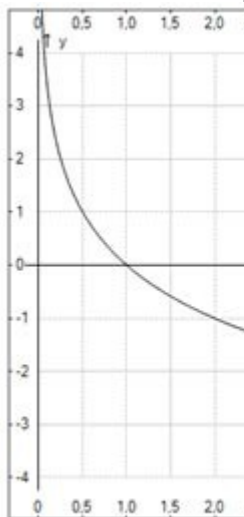
2) $y = \log_{\frac{1}{2}} x$

x

1/
4

$$y = \log_{\frac{1}{2}} x$$

2



**Свойства
логарифмичес
кой функции
при $0 < a < 1$
(слайд 10)**

1. Область
определе
ния —
множест
во всех
положит
ельных
чисел \mathbb{R}_+ .

	<p>2. Область значений — множество всех действительных чисел \mathbb{R}.</p> <p>3. Функция не является ни четной, ни нечетной</p> <p>4. При всех значениях a график логарифмической функции пересекает ось абсцисс в точке $x = 1$.</p>
--	--

5. Промежу
тки
знакопос
тоянства:

$y > 0$ при
 $x \in (0; 1)$
 $y < 0$ при
 $x \in (1;$
 $+\infty)$

6. Функция
убывает
при $x \in$
 $(0; +\infty)$

7. Функция
непреры
вна.

**Краткая
с п р а в к а о
Леонардо
Эйлере**
(сообщение
учащегося)
(слайд 11)

*В качестве
опережающего
о домашнего
задания*

учащимся
было
предложено
подготовить
сообщение о
Леонардо
Эйлере,
который
сформулировал
современное
определение
логарифмическ
ой функции.

Идеальный
математик 18
века — так
часто
называют
Эйлера(1707-
1783). Он
родился в
маленькой
тихой
Швейцарии. В
1725 году
переехал в
Россию.
Поначалу
Эйлер
расшифровыва

	<p>л дипломатическ и е д е п е ш и , обучал молодых моряков высшей математике и астрономии, составлял таблицы для артиллерийско й стрельбы и таблицы движения Луны. В 26 лет Э й л е р б ы л избран российским академиком, но через 8 лет он переехал из Петербурга в Берлин. Там "король математиков" работал с 1741 по 1766 год; п о т о м о н покинул Б е р л и н и</p>
--	--

	<p>вернулся в Россию. В 1770-е годы вокруг Эйлера выросла Петербургская математическа я школа, более чем наполовину состоявшая из русских ученых. Тогда же завершилась публикация главной его книги – "Основ дифференциал ь н о г о и интегрального исчисления". Современное определение показательной, логарифмическ о й и тригонометрич еских функций – з а с л у г а Леонардо</p>
--	--

учителя

	Эйлера, так же к а к и и х символика.
Основн ые вид ы деят ельн ости обуч ающ ихся	совместно ищут методы решения.
ЭТ АП 4	<i>Закрепление и систематиза ция полученных знаний</i>
Цел ь	Закрепить полученные знания, сформировать умение применять их при выполнении з а д а н и й с практической направленност

	ью.
Длительность этапа	8 мин.
Форма организации деятельности учащихся	Групповая, фронтальная.
Основные виды деятельности преподавателя	<p>Организация беседы.</p> <p><i>Для закрепления изученного материала предлагаю выполнить следующие задания.</i></p> <p>1. Устно: определите,</p>

какие из
перечисленных
ниже функций
являются
возрастающим
и, а какие
убывающими?
(фронтальная
работа) (слайд
12)

$$y = \log_3 x;$$

$$y = \log_{23} x;$$

$$y = \log_{0,2} x^{\frac{1}{2}}$$

$$y = \log_{0,5}(2x + 5);$$

$$y = \log_3(x + 2).$$

2. Задание I-го уровня:

решить
графически
уравнения:
(слайды 13-17)

Один
учащийся
работает у
доски,
остальные на

местах.

а) $\lg x = 1 - x$

б) $\log_{\frac{1}{5}} x = x -$

3. Задание II-го уровня :

используя свойства логарифмической функции, сравнить:

Работа в группах с последующей самопроверкой. (слайд 18)

а) $\log_2 3$ и \log_2

б) $\log_{\frac{1}{2}} 3$ и $\log_{\frac{1}{2}}$

Решение:

а)
Логарифмическая функция с основанием, большим 1,

возрастает на
всей числовой
прямой. Так
как $3 < 5$, то
 $\log_2 3 < \log_2 5$.

б) Основание $\frac{1}{2}$
меньше 1,
поэтому
функция $y =$
 $\log_{\frac{1}{2}} x$ убывает,
следовательно,
 $\log_{\frac{1}{2}} 3 > \log_{\frac{1}{2}} 5$.

в)
Логарифмичес
кая функция с
основанием,
большим 1,
возрастает,
следовательно,
 $\log_2 \frac{1}{3} > \log_2 \frac{1}{5}$.

г)
Логарифмичес
кая функция с
основанием,
меньше 1,

	<p>убывает, следовательно, $\log_{\frac{1}{2}} \frac{1}{3} < \log_{\frac{1}{2}} \frac{1}{5}.$</p>
Осн овн ые вид ы деят ельн ости обуч ающ ихся	<p>1) обсуждение заданий и вопросов на закрепление;</p>
ЭТ АП 5	<p>Самостоятель ная работа (блиц-опрос) (слайд 19)</p> <p><i>Работа в парах с последующей взаимопроверк ой.</i></p> <p>Ответить на вопросы: да</p>

или нет.

1. Ось Oy является вертикальной асимптотой графика логарифмической функции.

2. Графики показательной и логарифмической функций симметричны относительно прямой $y = x$.

3. Область определения

логариф
мическо
й
функции
— вся
числовая
прямая, а
область
значений
этой
функции
—
промежу
ток $(0; +\infty)$.

4. Моното
нность
логариф
мическо
й
функции
зависит
от
основани
я
логариф
ма.

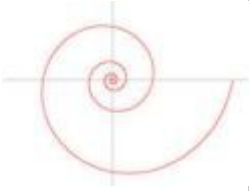
5. Не
каждый

график
логариф
мическо
й
функции
проходит
через
точку с
координа
тами (1;
0).

6. Логариф
мическая
функция
является
ни
чётной,
ни
нечётной
.

7. Логариф
мическая
функция
непреры
вна.

*Взаимопроверк
а: (слайд 20)*

	1	2	3	4	
	д а	д а	не т	д а	
	 <p>Сообщение обучающихся Применение логарифмической функции Логарифмическая спираль в природе и технике.</p> <p>Логарифмическая спираль - плоская кривая, описываемая точкой, движущейся по прямой, которая вращается около одной из своих точек</p>				

(полюса) так, что логарифм расстояния движущейся точки от полюса изменяется пропорционально углу поворота.

Спираль эта имеет бесконечное множество витков и при раскручивании и при скручивании. Последнее означает, что она не проходит через свой полюс. Логарифмическую спираль еще называют равноугольной спиралью, потому что в любой ее точке угол между касательной и

к ней и
радиус —
вектором
сохраняет
постоянное
значение.

Логарифмическая спираль нередко используется в технических устройствах, а так же ее можно увидеть в окружающей нас природе.



*Закручены
по ней рога
козлов и не
найдете вы
на них
нигде узлов.
Моллюсков
многих и
улиток
ракушки*

	<p><i>тоже все завиты. И как сказал поэт великий Гете: “Вы совершенно е строенья не найдете!” И эту спираль мы повсюду встречаем: к примеру, ножи в механизме вращая. В изгибе трубы мы ее обнаружим – турбины тогда максимальн о послужат! В подсолнухе семечки тоже закручены,</i></p>
--	--

*и наука все
плетенья
заучены.*

Ночные
бабочки,
ориентируясь
ночью на
пламя свечи,
попадают в
пламя по
скучивающейс
я
логарифмическ
ой спирали.
Самолет,
вылетевший из
какой-нибудь
точки земного
шара на север,
через
некоторое
время
окажется над
Северным
полюсом. Если
же он полетит
на восток, то,
облетев
параллель,
вернется в тот
же пункт, из
которого выле-

тел. Предположим теперь, что самолет будет лететь пере- сека я все меридианы под одним и тем же углом, отлич- н ы м о т прямого, т. е. держась все время одного и того же курса. К о г д а о н облетит земной шар, то п о п а д е т в точку, имеющую ту же долготу, что и точка вылета, но располо- женную ближе к Северному полюсу. После следующего о б л е т а о н окажется еще б л и ж е к п о л ю с у и , продолжая

лететь
указанным
образом, будет
описывать
вокруг полюса
сужающуюся
спираль.

Уравнение
этой спирали r
 $= ae^{k\phi}$,
 r -
расстояние от
произвольной
точки M на
спирали до
выбранной
точки O , ϕ -
угол между
лучом OM и
выбранным
лучом Ox , a и k
- постоянные.

Решая его,
получим

$$\ln e^{k\phi} =$$

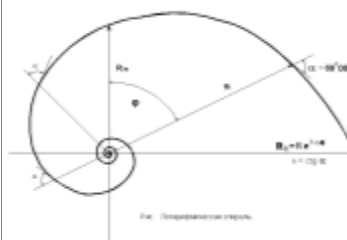
$$\ln \frac{r}{a}, \quad k\phi = \ln$$

$$\frac{r}{a}, \quad \phi = \frac{1}{k} \ln$$

$$\frac{r}{a}.$$

Так как это уравнение связано с логарифмической функцией, то вычисленную по этой формуле спираль называют логарифмической.

В технике часто применяют вращающиеся



ножи. Сила, с которой они давят на разрезаемый материал, зависит от угла

	<p>резания, т.е. угла между лезвием ножа и направлением скорости вращения. Для постоянства давления нужно, чтобы угол резания сохранял постоянное значение, а это будет в том случае, если лезвия ножей очерчены по дуге логарифмической спирали. Величина угла резания зависит от обрабатываемого материала.</p> <p>В гидротехнике по логарифмической спирали изгибают</p>
--	---

	<p>трубу, подводящую поток воды к лопастям турбины. Благодаря такой форме трубы потери энергии на изменение и направление течения в трубе оказываются минимальными и напор воды используется с максимальной производительностью.</p> <p>Пропорциональность длины дуги спирали радиус-вектору используют при проектировании зубчатых колёс с переменным передаточным</p>
--	---

	<p>числом. Для этого берут два квадрата, расположенных так, как показано на рисунке. И через середину и конец каждой стороны проводят дуги одинаковых логарифмических спиралей с полюсами в центрах квадратов, причём одна спираль закручивается по часовой стрелке, а другая –против часовой стрелки. Тогда при вращении этих квадратов дуги спиралей будут катиться одна по другой без</p>
--	--

скольжения.
Передаточное
же число, т.е.
отношение
угловых
скоростей этих
колёс, будет
непрерывно
меняться,
достигая в
течение одного
оборота колеса
четыре раза
максимального
значения и
четыре раза
минимального.



Живые

	<p>существа обычно растут, сохраняя общее очер- тание своей формы. При этом они растут чаще всего во всех направлениях - взрослое существо и выше и толще детеныша. Но раковины морских животных могут расти лишь в одном направлении. Чтобы не слишком вытягиваться в длину, им приходится скручиваться, причем каж- дый следующий виток подобен предыдущему. А такой рост</p>
--	---

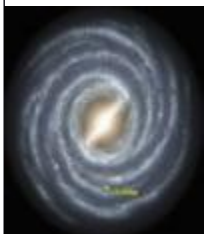
	<p>может совершаться л и ш ь п о логарифмическ ой спирали или ее некоторым пространствен ным аналогам. Поэтому раковины многих моллюсков, улиток, а также р о г а т а к и х млекопитающи х, как архары (горные козлы), закручены по логарифмическ ой спирали. Можно сказать, что эта спираль является математически м с и м в о л о м соотношения форм роста. Великий немецкий поэт Иоганн</p>
--	---

Вольфганг Гете считал ее даже математическим символом жизни и духовного развития.

Очертания, выраженные логарифмической спиралью, имеют не только раковины, в подсолнухе семечки расположены по дугам, также близким к логарифмической спирали, и т.д.

Один из наиболее распространенных пауков, эпейра, сплетая паутину, закручивает нити вокруг

центра по логарифмической спирали.





По логарифмическим спиральям закручены и многие галактики, в частности, Галактика, которой принадлежит Солнечная система.

Задумывался кто-нибудь над вопросом, сколько звезд на небе?

Одним из первых, кто попытался точно

	<p>ответить на этот вопрос, был древнегрече ский астроном Гиппарх. П р и е г о ж и з н и в созвездии Скорпиона вспыхнула новая звезда. Гиппарх был потрясен: звезды смертны. Гиппарх составил свой звездный каталог. Он насчитал около тысячи з в е з д и разбил их по видимому блеску на</p>
--	---

	<p>шесть г р у п п . В наше время существуют чувствитель ные приборы для световых измерении — это дает возможност ь т о ч н о определить блеск звезд. Зависимост ь распределен ия звезд от блеска выражается логарифмич еской функцией.</p>
--	---

	 
ЭТ АП 6	Итоги занятия.
Цел ь	Подведение итогов урока (педагогически е м е т о д ы краткого обобщения, педагогическо й о ц е н к и и коррекции). 1. Теоретико-

	<p>прикладные итоги урока.</p> <p>2. Объявление аргументирова нных оценок.</p>
Дли тель ност ь этап а	15 мин.
Фор ма орга низа ции деят ельн ости уча щих ся	Индивидуальн ая.
ЭТ АП 7	<i>Домашнее задание</i>
Цел ь	Закрепить полученные знания.

Длительность этапа	2 мин.
Основной вид деятельности со средствами ИКТ	Демонстрация слайдов с домашним заданием.
Форма организации деятельности учащихся	Фронтальная.
Основ	Инструктаж по

овн ые вид ы деят ельн ости пре пода вате ля	выполнению домашнего задания.
Сту дент ы подс чит ыва ют балл ы и пере водя т их в оце нку, анал изир уют	Обучающиеся записывают домашнее з а д а н и е и слушают инструктаж по его выполнению.

<p>результаты своей деятельности и отвечаю т на вопросы.</p>	
<p>ЭТАП 8</p>	<p>Рефлексия</p> <p>Опросный лист</p> <p>№ Вопрос</p> <p>1 На уроке я работал</p> <p>2 Своей работой на уроке я</p> <p>3 Урок для меня показался</p> <p>4 За урок я</p>

	5 Моё настроение
	6 Материал урока мне был
— Спасибо за урок!	