

ДЕПАРТАМЕНТ ОБРАЗОВАНИЯ  
БПОУ ВО «ВОЛОГОДСКИЙ СТРОИТЕЛЬНЫЙ КОЛЛЕДЖ»

**ЕН 01 МАТЕМАТИКА**

Методические рекомендации для выполнения внеаудиторной  
самостоятельной работы по теме: «Применение дифференциала к  
приближенным вычислениям».

для специальностей:

08.02.01 Строительство и эксплуатация зданий и сооружений

08.02.05 Строительство и эксплуатация автомобильных дорог и  
аэродромов

21.02.04 Землеустройство

**Математика:** Методические рекомендации для выполнения внеаудиторной самостоятельной работы по теме: «Применение дифференциала к приближенным вычислениям» для специальностей: 08.02.01 Строительство и эксплуатация зданий и сооружений, 08.02.05 Строительство и эксплуатация автомобильных дорог и аэродромов, 21.02.04 Землеустройство.

Методические рекомендации для выполнения внеаудиторной самостоятельной работы по теме: «Применение дифференциала к приближенным вычислениям» представляет собой учебно-методическое пособие по организации самостоятельной внеаудиторной работы студентов.

Содержит задания для самостоятельной внеаудиторной работы для шести вариантов и критерии оценки выполнения самостоятельной работы.

Комплект призван помочь студентам систематизировать и закрепить полученные на аудиторных занятиях по математике теоретический материал, сформировать практические навыки.

Составитель: Е. А. Севалёва – преподаватель математики высшей категории БПОУ ВО «Вологодский строительный колледж»

Рецензент: И. С. Вязанкиа преподаватель математики высшей категории БПОУ ВО «Вологодский аграрно – экономический колледж».

## **Содержание.**

1. Пояснительная записка.
2. Самостоятельная работа.
3. Критерии оценки.
4. Литература.

## Пояснительная записка

Данная работа представляет собой учебно-методическое пособие по организации самостоятельной внеаудиторной работы студентов по дисциплине ЕН 01 «Математика» для специальностей 08.02.01 Строительство и эксплуатация зданий и сооружений, 08.02.05 Строительство и эксплуатация автомобильных дорог и аэродромов, 21.02.04 Землеустройство.

Цель методических рекомендаций состоит в обеспечении эффективности самостоятельной работы, определении ее содержания, установления требований к оформлению и результатам самостоятельной работы.

Целями самостоятельной работы студентов по дисциплине ЕН 01 «Математика» являются:

- систематизации и закрепления полученных теоретических знаний и практических навыков;
- углубление и расширение теоретических знаний;
- формирование умений использовать справочную и дополнительную литературу;
- развитие познавательных способностей и активности студентов, творческой инициативы, самостоятельности и самоорганизации;
- активизации учебно-познавательной деятельности будущих специалистов.

Самостоятельные работы выполняются индивидуально в свободное от занятий время.

Студент обязан:

- перед выполнением самостоятельной работы, повторить теоретический материал, пройденный на аудиторных занятиях;
- выполнить работу согласно заданию;
- по каждой самостоятельной работе представить преподавателю отчет в виде письменной работы.

## Самостоятельная работа по теме:

### «Применение дифференциала к приближенным вычислениям»

**Цель:** закрепить навык вычисления приближённого значения функции с помощью дифференциала.

#### Теория.

Приращение  $\Delta y$  функции  $y = f(x)$  представимо в виде:

$$\Delta y = f'(x) \cdot \Delta x + \alpha(\Delta x) \cdot \Delta x$$

где функция  $\alpha(\Delta x)$  является бесконечно маленькой функцией при стремлении аргумента  $\Delta x$  к нулю.

Так как  $\Delta x = dx$ , то  $\Delta y = f'(x) \cdot \Delta x + \alpha(\Delta x) \cdot \Delta x = dy + \alpha(\Delta x) \cdot \Delta x$

В силу того, что второе слагаемое  $\alpha(\Delta x) \cdot \Delta x$  является бесконечно малым, то им можно пренебречь, а поэтому  $\Delta y \approx dy$

А так как в нахождении дифференциал значительно проще, чем приращение функции, то данная формула активно используется на практике.

Для приближенного вычисления значения функции применяется следующая формула:

$$f(x_0 + \Delta x) = f(x_0) + f'(x_0) \cdot \Delta x$$

**Пример 1.** Вычислить приближенно  $\arctg 1,02$ , заменяя приращение функции ее дифференциалом.

#### Решение:

- Рассмотрим функцию  $f(x) = \arctg x$ . Необходимо вычислить ее значение в точке  $x = 1,02$ .

- Для приближенного вычисления значения функции применяется следующая формула:

$$f(x_0 + \Delta x) = f(x_0) + f'(x_0) \cdot \Delta x$$

- Величину  $x$  представим в виде  $x = x_0 + \Delta x$ , т. е.  $x = 1,02 = 1 + 0,02$ ,

$$x_0 = 1 \quad \Delta x = 0,02$$

тогда

- Вычислим значение функции  $f(x) = \arctg x$  в точке  $x_0 = 1$ :

$$f(x_0) = f(1) = \arctg 1 = \frac{\pi}{4}$$

- Продифференцируем рассматриваемую функцию:

$$f'(x) = (\arctg x)' = \frac{1}{1+x^2}$$

- Найдем значение  $f'(x_0)$ :  $f'(x_0) = f'(1) = \frac{1}{1+1^2} = \frac{1}{2}$

$$\arctg 1,02 = f(1+0,02) \approx f(1) + f'(1) \cdot \Delta x = \frac{\pi}{4} + \frac{1}{2} \cdot 0,02 =$$

- Итак,

$$= \frac{3,14}{4} + \frac{0,02}{2} = 0,785 + 0,01 = 0,795$$

$$\arctg 1,02 = 0,795$$

**Ответ.**

**Пример 2.** С помощью дифференциала вычислить приближенно  $\sqrt[3]{27,5}$ .

**Решение:**

- Рассмотрим функцию  $f(x) = \sqrt[3]{x}$ . Необходимо вычислить ее значение в точке  $x = 27,5$ .

- Для приближенного вычисления значения функции применяется следующая формула:

$$f(x_0 + \Delta x) = f(x_0) + f'(x_0) \cdot \Delta x$$

- Величину  $x$  представим в виде  $x = x_0 + \Delta x$ , т. е.  $x = 27,5 = 27 + 0,5$   
 $x_0 = 27$   $\Delta x = 0,5$   
 , тогда , .

- Вычислим значение функции  $f(x) = \sqrt[3]{x}$  в точке  $x_0 = 27$  :

$$f(x_0) = \sqrt[3]{27} = 3$$

- Продифференцируем рассматриваемую функцию:

$$f'(x) = (\sqrt[3]{x})' = (x^{\frac{1}{3}})' = \frac{1}{3} x^{\frac{1}{3} - 1} = \frac{1}{3} x^{-\frac{2}{3}} = \frac{1}{3} \cdot \frac{1}{x^{\frac{2}{3}}} = \frac{1}{3} \cdot \frac{1}{\sqrt[3]{x^2}} = \frac{1}{3\sqrt[3]{x^2}}$$

- Найдем значение  $f'(x_0)$  :  $f'(27) = \frac{1}{3\sqrt[3]{27^2}} = \frac{1}{3 \cdot 9} = \frac{1}{27}$  .

- Подставляя все в формулу, окончательно получим:

$$\sqrt[3]{27,5} = f(27 + 0,5) \approx f(27) + f'(27) \cdot \Delta x = 3 + \frac{1}{27} \cdot 0,5 = 3,0185$$

**Ответ.**  $\sqrt[3]{27,5} = 3,0185$

**Пример 3.** С помощью дифференциала вычислить приближенно  $e^{2,01}$  .

**Решение:**

- Рассмотрим функцию  $f(x) = e^x$  . Необходимо вычислить ее значение в точке  $x = 2,01$  .

- Для приближенного вычисления значения функции применяется следующая формула:  
 $f(x_0 + \Delta x) = f(x_0) + f'(x_0) \cdot \Delta x$  .

- Величину  $x$  представим в виде  $x = x_0 + \Delta x$ , т. е.  $x = 2,01 = 2 + 0,01$ ,  
тогда  $x_0 = 2$ ,  $\Delta x = 0,01$ .
- Вычислим значение функции  $f(x) = e^x$  в точке  $x_0 = 2$ :  
 $f(x_0) = e^2 \approx 7,389$ .
- Продифференцируем рассматриваемую функцию:  $f'(x) = (e^x)' = e^x$ .
- Найдем значение  $f'(x_0)$ :  $f'(x_0) = f'(2) = e^2 \approx 7,389$ .
- Подставляя все в формулу, окончательно получим:  
 $e^{2,01} = f(2 + 0,01) \approx f(2) + f'(2) \cdot \Delta x = 7,389 + 7,389 \cdot 0,01 \approx 7,463$

$$e^{2,01} \approx 7,463$$

**Ответ.**

**Пример 4.** С помощью дифференциала вычислить приближенно  $2^{3,1}$ .

**Решение:**

- Рассмотрим функцию  $f(x) = 2^x$ . Необходимо вычислить ее значение в точке  $x = 3,1$ .
- Для приближенного вычисления значения функции применяется следующая формула:  
 $f(x_0 + \Delta x) = f(x_0) + f'(x_0) \cdot \Delta x$ .
- Величину  $x$  представим в виде  $x = x_0 + \Delta x$ , т. е.  $x = 3,1 = 3 + 0,1$ ,  
тогда  $x_0 = 3$ ,  $\Delta x = 0,1$ .
- Вычислим значение функции  $f(x) = 2^x$  в точке  $x_0 = 3$ :



$$f(x_0) = 2^3 \approx 8$$

- Продифференцируем рассматриваемую функцию:

$$f'(x) = (2^x)' = 2^x \ln 2$$

- Найдем значение  $f'(x_0)$  :  $f'(x_0) = f'(2) = 2^3 \ln 2 \approx 8 \cdot 0,693 \approx 5,544$

- Подставляя все в формулу, окончательно получим:

$$2^{3,1} = f(3+0,1) \approx f(3) + f'(3) \cdot \Delta x = 8 + 5,544 \cdot 0,1 \approx 8,554$$

$$2^{3,1} \approx 8,554$$

**Ответ.**

**Пример 5.** С помощью дифференциала вычислить приближенно  $\sin 31^\circ$ .

**Решение:**

- Рассмотрим функцию  $f(x) = \sin x$ . Необходимо вычислить ее значение в точке  $x = 31^\circ$ .

- Для приближенного вычисления значения функции применяется следующая формула:

$$f(x_0 + \Delta x) = f(x_0) + f'(x_0) \cdot \Delta x$$

- Величину  $x$  представим в виде  $x = x_0 + \Delta x$ , т. е.  $x = 31^\circ = 30^\circ + 1^\circ$ , тогда  $x_0 = 30^\circ$ ,  $\Delta x = 1^\circ$ .

$$x_0 = 30^\circ = \frac{\pi}{6}$$

- Переведём градусы в радианы:

$$\Delta x = 1^\circ = 1^\circ \cdot \frac{\pi}{180^\circ} = \frac{3,14}{180} \approx 0,017$$

- Вычислим значение функции  $f(x) = \sin x$  в точке  $x_0 = 30^\circ$ :

$$f(x_0) = f\left(\frac{\pi}{6}\right) = \sin \frac{\pi}{6} = \frac{1}{2}$$

- Продифференцируем рассматриваемую функцию:

$$f'(x) = (\sin x)' = \cos x$$

- Найдем значение  $f'(x_0)$ :

$$f'(x_0) = f'\left(\frac{\pi}{6}\right) = \cos \frac{\pi}{6} = \frac{\sqrt{3}}{2} \approx \frac{1,732}{2} = 0,866$$

- Подставляя все в формулу, окончательно получим:

$$\sin 31^\circ = f(30^\circ + 1^\circ) \approx f\left(\frac{\pi}{6}\right) + f'\left(\frac{\pi}{6}\right) \cdot \Delta x = \frac{1}{2} + 0,866 \cdot 0,017 \approx 0,515$$

$$\sin 31^\circ \approx 0,515$$

**Ответ.**

### Задания для самостоятельной работы.

1 вариант	2 вариант	3 вариант
<p>С помощью дифференциала вычислить приближенно:</p> <p>1. <math>\cos 32^\circ</math> ;</p> <p>2. <math>3^{2,05}</math> ;</p> <p>3. <math>\sqrt[4]{16,02}</math> ;</p> <p>4. <math>\operatorname{arctg} 1,35</math> .</p>	<p>С помощью дифференциала вычислить приближенно:</p> <p>1. <math>\sin 63^\circ</math> ;</p> <p>2. <math>2^{4,6}</math> ;</p> <p>3. <math>\sqrt[3]{64,07}</math> ;</p> <p>4. <math>\operatorname{arcctg} 1,27</math> .</p>	<p>С помощью дифференциала вычислить приближенно:</p> <p>1. <math>\operatorname{tg} 67^\circ</math> ;</p> <p>2. <math>3^{4,5}</math> ;</p> <p>3. <math>\sqrt{25,13}</math> ;</p> <p>4. <math>\arccos 0,43</math> .</p>
4 вариант	5 вариант	6 вариант

<p>С помощью дифференциала вычислить приближенно:</p> <p>1. <math>\operatorname{ctg} 33^\circ</math> ;</p> <p>2. <math>2^{5,12}</math> ;</p> <p>3. <math>\sqrt[3]{8,07}</math> ;</p> <p>4. <math>\arcsin 0,54</math> .</p>	<p>С помощью дифференциала вычислить приближенно:</p> <p>1. <math>\cos 64^\circ</math> ;</p> <p>2. <math>4^{2,13}</math> ;</p> <p>3. <math>\sqrt[4]{81,15}</math> ;</p> <p>4. <math>\operatorname{arctg} 1,02</math></p>	<p>С помощью дифференциала вычислить приближенно:</p> <p>1. <math>\sin 37^\circ</math> ;</p> <p>2. <math>5^{2,34}</math> ;</p> <p>3. <math>\sqrt{121,42}</math> ;</p> <p>4. <math>\operatorname{arcctg} 1,54</math></p>
--	--	---

## Критерии оценки самостоятельной работы.

Ответ оценивается отметкой «5», если:

- работа выполнена полностью;
- в логических рассуждениях и обосновании решения нет пробелов и ошибок;
- в решении нет математических ошибок (возможна одна неточность, описка, которая не является следствием незнания или непонимания учебного материала).

Отметка «4» ставится в следующих случаях:

- работа выполнена полностью, но обоснования шагов решения недостаточны (если умение обосновывать рассуждения не являлось специальным объектом проверки);
- допущены одна ошибка или есть два – три недочёта в выкладках, рисунках, чертежах или графиках (если эти виды работ не являлись специальным объектом проверки).

Отметка «3» ставится, если:

- допущено более одной ошибки или более двух – трех недочетов в выкладках, чертежах или графиках, но обучающийся обладает обязательными умениями по проверяемой теме.

Отметка «2» ставится, если:

- допущены существенные ошибки, показавшие, что обучающийся не обладает обязательными умениями по данной теме в полной мере.

## **Литература**

1. Богомолов Н. В. Практические занятия по математике: Учебное пособие для техникумов. Высшая школа, 2009.- 495 с.
2. Интернет – ресурс: [http://www.webmath.ru/poleznoe/formules\\_8\\_8.php](http://www.webmath.ru/poleznoe/formules_8_8.php)