

Арифметический способ решения задач на смеси и сплавы. Алгебра. 8-й класс

Задачи, которые мы будем решать, относятся к традиционным задачам математики. Они охватывают большой круг ситуаций: смешение товаров разной цены, жидкостей с различным содержанием соли, кислот разной концентрации, сплавление металлов с различным содержанием некоторого металла. Когда-то они имели исключительно практическое значение. В настоящее время эти задачи часто встречаются в тестах на выпускных экзаменах и на вступительных экзаменах в вузы.

Мы рассмотрим задачи на смешение, которые можно решить не только алгебраически, то есть с помощью уравнения, но и арифметическим способом.

Для успешной работы нам понадобится повторить основные понятия этой темы.

Ход урока

I. Фронтальная работа с классом.

1. Сформулируйте определение концентрации.

([Слайд 1](#))

(Концентрация вещества в смеси – это часть, которую составляет масса вещества в смеси от массы смеси) Нахождение части от целого. В химии вы называли эту величину массовой долей вещества.

Концентрация вещества может быть указана и числом и %.

2. Объясните значение высказываний:

([Слайд 2](#))

а) Концентрация раствора 3 %;

(В 100 г раствора содержится 3 г вещества).

в) Молоко имеет 1,5 % жирности;

(В 100 г молока содержится 1,5 г жира).

с) золотое кольцо имеет 583 пробу?

(В 1 г кольца содержит 583 миллиграмма золота).

Сколько сахара содержится в 200 г 10%- го сахарного сиропа?

Теперь давайте попробуем решить устно несколько задач.

3. К одной части сахара прибавили 4 части воды. Какова концентрация полученного раствора?

$$(1 : 5 \cdot 100 = 20 \%)$$

(Слайд 3)

4. Килограмм соли растворили в 9 л воды. Какова концентрация раствора?

$$(1 : 10 \cdot 100 = 10\%)$$

(Слайд 4)

II. Решение задач

Конечно, вы понимаете, что не все задачи можно решить устно. Следующую задачу мы решим с вами с помощью уравнения.

№1. В каких пропорциях нужно смешать раствор 50 % и 70 % кислоты, чтобы получить раствор 65 % кислоты?

(Слайд 5)

Для решения задачи я попрошу вас заполнить таблицу, которая находится у вас на столе.

	Концентрация	Масса раствора (г)	Масса кислоты (г)
I раствор			
II раствор			
смесь			

(Слайд 6)

Заполняем 1-й столбик. Здесь мы указываем концентрацию растворов.

Заполняем 2-й столбик. Здесь мы указываем массу каждого раствора. Предположим, что первого раствора нужно взять x г, а второго y г. Считаем, что при смешении нет потерь массы, то есть масса смеси равна сумме масс смешиваемых растворов.

Тогда масса смеси будет $(x + y)$ г.

Теперь заполним 3-й столбик. Найдем количество чистой кислоты в 1-ом растворе. Это $0,5x$ г, во втором растворе $0,7y$ г, а в смеси будет $0,65(x + y)$ г кислоты.

По условию задачи составим и решим уравнение.

(Слайд 7)

$$0,65 (x + y) = 0,5 x + 0,7 y,$$

$$65x - 50x = 70y - 65y,$$

$$15x = 5y,$$

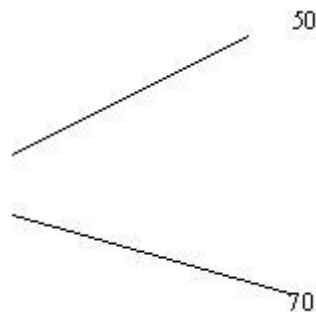
$$3x = 1y,$$

$$x : y = 1 : 3.$$

Нужно взять: 1 часть раствора 50% кислоты и 3 части раствора 70% кислоты

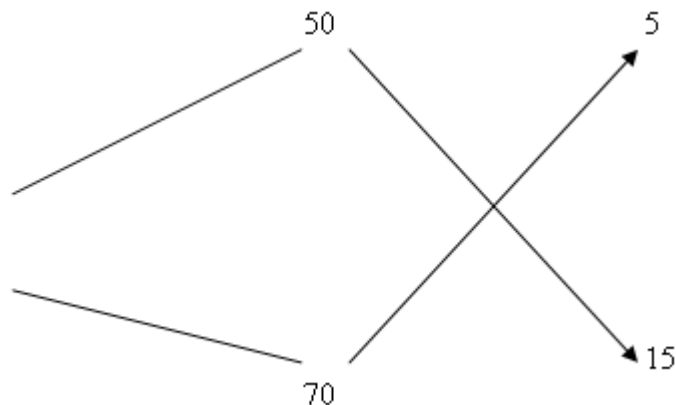
Ответ: 50% раствора кислоты - 1 часть, 70% раствора кислоты - 3 части.

А теперь я хочу предложить вам схему решения этой задачи арифметическим методом, который позволяет решить ее практически устно. Запишем концентрацию каждого раствора кислоты и концентрацию смеси так:



Вычислим, на сколько концентрация первого раствора кислоты меньше, чем концентрация смеси и на сколько концентрация второго раствора кислоты больше, чем концентрация смеси и запишем результат по линиям:

(Слайд 8)



Таким образом, 5 частей нужно взять 50% раствора кислоты и 15 частей 70% раствора

кислоты, то есть отношение взятых частей $\frac{5}{15} = \frac{1}{3}$. Окончательно получаем: 50% раствора кислоты-1 часть, 70% раствора кислоты-3 части. Сравните полученные результаты. Делаем вывод: получили один и тот же ответ, но времени затратили гораздо меньше.

Вовсе не случайно в старые времена отношение масс смешиваемых вещей находили таким образом. Но вряд ли все ученики, получавшие правильные ответы описанным способом, понимали тогда смысл выполняемых действий.

Докажем справедливость этого способа.

В каких пропорциях нужно смешать растворы а % и b % кислот, чтобы получить раствор с % кислоты?

Заполним вторую таблицу.

(Слайд 9)

	Концентрация	Масса раствора (г)	Масса кислоты (г)
I раствор			
II раствор			
смесь			

Заполняем 1-й столбик. Здесь мы указываем концентрацию растворов.

Заполняем 2-й столбик. Здесь мы указываем массу каждого раствора. Предположим, что первого раствора нужно взять x г, а второго y г. Считаем, что при смешении нет потерь массы, то есть масса смеси равна сумме масс смешиваемых растворов.

Тогда масса смеси будет $(x + y)$ г.

Теперь заполним 3-й столбик. Найдем количество чистой кислоты в 1-м растворе. Это $0,01 \cdot ax$ г, во втором растворе $0,01 \cdot by$ г, а в смеси будет $0,01 \cdot c(x + y)$ г кислоты.

Составим и решим уравнение

(Слайд 10)

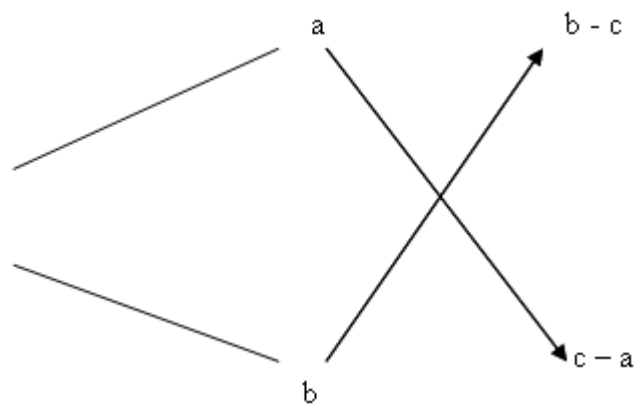
$$0,01 \cdot c(x + y) = 0,01 \cdot ax + 0,01 \cdot by,$$

$$cx + cy = ax + by$$

$$x(c - a) = y(b - c),$$

$$\frac{x}{y} = \frac{b - c}{c - a}$$

Заполним схему, учитывая, что $a < c < b$.



Теперь понятно, почему эта схема давала правильные результаты.

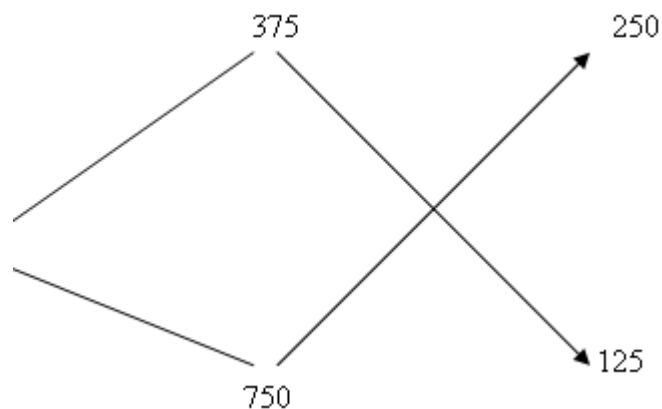
Давайте применим этот способ для решения задач.

№2. В каких пропорциях нужно сплавить золото 375 пробы с золотом 750 пробы, чтобы получить золото 500 пробы?

([Слайд 11](#))

Итак составляем схему.

([Слайд 12](#))



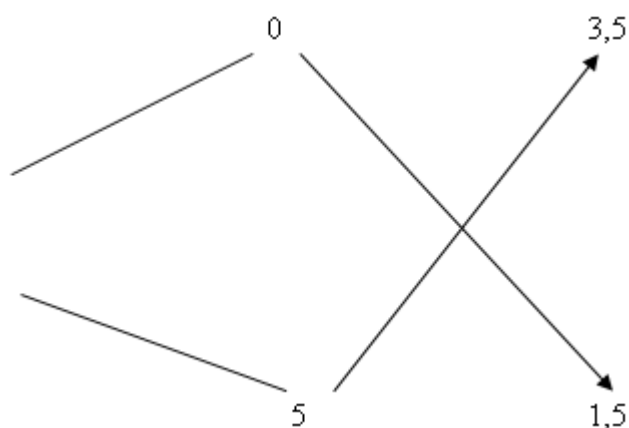
Чтобы получить золото 500 пробы нужно взять: 2 части золота 375 пробы и 1 часть золота 750 пробы.

Решим следующую задачу.

№3. Морская вода содержит 5 % соли по массе. Сколько пресной воды нужно добавить к 30 кг морской воды, чтобы концентрация соли составляла 1,5 %?

([Слайд 13](#))

([Слайд 14](#))



$$\frac{3,5}{1,5} = \frac{7}{3}$$

Нужно взять 7 частей пресной воды и 3 части морской воды. По условию нам известно, что морской воды 30 кг и это 3 части нового раствора. Значит на одну часть приходится 10 кг. Следовательно 7 частей пресной воды – это 70 кг.

Ответ: нужно добавить 70 кг пресной воды.

А теперь я попрошу вас составить задачу на смешение и решить ее алгебраическим способом. (Самостоятельная работа). Какие это могут быть задачи? На смешение товаров разной цены, жидкостей с различным содержанием соли, кислот разной концентрации, сплавление металлов с различным содержанием некоторого металла. Запишите условие задачи, приведите схему решения и решите ее. Несколько лучших задач мы рассмотрим на доске.

Подведем итог урока. Сегодня мы познакомились с алгебраическим способом решения задач на смешение. Конечно, не все задачи можно решить этим способом, но я думаю, что вам интересно было познакомиться с ним. Дома еще раз осмыслить способ решения и я думаю, что на уроках в 9 классе при подготовке к итоговой аттестации вы успешно примените этот способ.
