

**ГАПОУ РБ «БУРЯТСКИЙ РЕСПУБЛИКАНСКИЙ  
МНОГОПРОФИЛЬНЫЙ ТЕХНИКУМ ИННОВАЦИОННЫХ  
ТЕХНОЛОГИЙ»**

**МЕТОДИЧЕСКАЯ РАЗРАБОТКА ОТКРЫТОГО УРОКА**

**ПО УЧЕБНОЙ ДИСЦИПЛИНЕ МАТЕМАТИКА**

**ПО ТЕМЕ «НАХОЖДЕНИЕ НАИБОЛЬШЕГО И  
НАИМЕНЬШЕГО ЗНАЧЕНИЙ ФУНКЦИИ»**

**ПРЕПОДАВАТЕЛЯ ГАБИТОВОЙ ТАТЬЯНЫ АНАТОЛЬЕВНЫ**

**2020-2021 учебный год**

**г. Северобайкальск**

## ПЛАН УРОКА № 181-182

1. Тема программы-	Производная
2. Тема урока–	Наибольшее и наименьшее значения функции
3. Тип урока –	Урок усвоения новых знаний
4. Вид урока -	Практическое занятие
4. Цели урока:	
<b>образовательная</b> -	ознакомить с правилом нахождения наибольшего и наименьшего значений функции; способствовать формированию умений и навыков решения задач на применение алгоритма нахождения наибольшего и наименьшего значений функции на отрезке; продолжить работу по формированию умений проводить исследование непрерывной функции на монотонность и экстремумы; содействовать расширению знаний о применении производной;
<b>развивающая</b> -	содействовать развитию практических навыков и осмыслению собственного участия в процессе учебной деятельности на уроке;
<b>воспитательная</b> -	способствовать повышению уровня мотивации к изучению математики; способствовать развитию сознательного отношения к выполнению учебных задач.
5. Методы обучения –	словесные, наглядные, практические, продуктивные
6. Материально-техническое обеспечение -	компьютер с лицензионным программным обеспечением, интерактивный комплекс, нетбуки.
7. Ход урока	
<b>Этап 1. Организация начала занятия. 1 мин.</b>	
Преподаватель приветствует студентов, сообщает тему и цели урока.	
<b>Этап 2. Проверка выполнения домашнего задания. 5 мин.</b>	
Используя электронную почту, студент открывает фото с выполненным домашним заданием. Алимов Ш.А. и др. Алгебра и начала анализа: учебник для общеобразовательных учреждений: 10-11 кл.- М.: Просвещение, 2018, стр.283, №958. Задание. Найти точки экстремума функции:	
$1) y = x^3 - 4x^2; \quad 2) y = 3x^4 - 4x^3.$	
Объясняет решение.	
<b>Этап 3. Подготовка к основному этапу урока. 16 мин.</b>	
<b>3.1. Вступительное слово преподавателя. 1 мин.</b>	
На практике довольно часто приходится использовать производную для того, чтобы вычислить самое большое и самое маленькое значение функции. Мы выполняем это действие тогда, когда выясняем, как минимизировать издержки, увеличить прибыль, рассчитать оптимальную нагрузку на производство и др., то есть в тех случаях, когда	

нужно определить оптимальное значение какого-либо параметра. Исходя из большой практической значимости, задания на нахождение наибольшего и наименьшего значений функции на отрезке включены в экзамен по математике.

3.2. Просмотр видеоролика по теме «Применение производной в технике». 8 мин.

[https://www.youtube.com/watch?v=Usq\\_LAJLoso](https://www.youtube.com/watch?v=Usq_LAJLoso)

3.3. Повторение теоретического материала. 7 мин.

Фронтальный опрос в виде игры (использую презентацию).

Вставь пропущенное слово:

1. Возрастание и убывание функции  $y=f(x)$  характеризуется ... её производной (знаком);

2. Если в некотором промежутке  $f'(x) > 0$ , то функция ... в этом промежутке (возрастает);

3. Если в некотором промежутке  $f'(x) < 0$ , то функция ... в этом промежутке (убывает);

4. Функция  $y=f(x)$  при  $x = a$  имеет ... , если:

1)  $f'(a) = 0$ ;

2)  $f(x)$  при переходе аргумента через  $x = a$  меняет знак с (+) на (-) (максимум);

5. Функция  $y=f(x)$  при  $x = a$  имеет ... , если:

1)  $f'(a) = 0$ ;

2)  $f(x)$  при переходе аргумента через  $x = a$  меняет знак с (-) на (+) (минимум);

6. Точки максимума и минимума функции называются ... (точками экстремума);

7. Точки, в которых производная функции равна нулю, называют ... (стационарными);

8. Точки, в которых производная функции  $f'(x) = 0$  или не существует, называют ... (критическими).

9. Для того чтобы точка  $x_0$  была точкой экстремума функции  $f(x)$ , необходимо, чтобы эта точка была ... точкой данной функции (критической).

10. Говорят, что в точке  $x_0$  функция  $f$  принимает ... , если  $f(x_0) \leq f(x)$  для любого значения  $x$ . Само число  $f(x_0)$  называется наименьшим значением функции.

Геометрически — это ордината самой низкой точки графика (наименьшее значение).

11. Говорят, что в точке  $x_0$  функция  $f$  принимает ... , если  $f(x_0) \geq f(x)$  для любого значения  $x$ . Само число  $f(x_0)$  называется наибольшим значением функции.

Геометрически — это ордината самой высокой точки графика (наибольшее значение).

12. Значения функции в точках экстремума называются ... данной функции (экстремумами).

#### Этап 4. Усвоение новых знаний и способов действий. 15 мин.

Используя платформу «Российская электронная школа»

<https://resh.edu.ru/subject/lesson/6115/start/36346/>

4.1. Просмотр видеоурока по алгебре и началам математического анализа, 11 класс, урок №17 «Наибольшее и наименьшее значения функции».

4.2. Преподаватель задает вопрос: «Что надо знать для нахождения наибольшего и наименьшего значений функции на заданном отрезке?».

Студенты, используя конспект урока на платформе РЭШ, формулируют следующие условия:

1. Если функция непрерывна на отрезке, то она достигает на нем своего наибольшего и своего наименьшего значения.
2. Наибольшего и наименьшего значений непрерывная функция может достигать как на концах отрезка, так и внутри него.
3. Если наибольшее (наименьшее) значение функции достигается внутри отрезка, то только в стационарной или критической точке.

4.3. Преподаватель предлагает студентам сформулировать алгоритм нахождения наибольшего и наименьшего значений функции  $y = f(x)$  на отрезке  $[a; b]$ :

1. Найти область определения функции  $D(f)$ .
2. Найти производную  $f'(x)$ .
3. Найти критические точки, в которых производная функции  $f'(x) = 0$  или не существует.
4. Определить критические точки функции, принадлежащие отрезку  $[a; b]$ .
5. Найти значения функции на концах отрезка, т.е. числа  $f(a)$  и  $f(b)$ .
6. Найти значения функции в тех критических точках, которые принадлежат интервалу  $(a; b)$ .
7. Среди полученных значений выбрать наибольшее и наименьшее.

4.4. Преподаватель предлагает сформулировать частные случаи наибольшего и наименьшего значений функции на заданном отрезке.

Пусть функция  $y = f(x)$  непрерывна на промежутке  $X$  и имеет внутри него единственную стационарную или критическую точку  $x = x_0$ .

Если  $x = x_0$  – точка максимума, то  $y_{\text{наибольшее}} = f(x_0)$ .

Если  $x = x_0$  – точка минимума, то  $y_{\text{наименьшее}} = f(x_0)$ .

## Этап 5. Первичная проверка понимания. 10 мин.

Ребята по желанию работают у доски.

5.1. Рассмотрим пример из видеоурока:  $f(x) = x^3 - 6x^2 + 9x - 4$  на отрезке  $[0; 2]$  с подробным объяснением решения (решение по алгоритму).

5.2. Рассмотрим пример с сайта «РЕШУ ЕГЭ» математика профильный уровень, задачи типа В12, наибольшее и наименьшее значение функций, исследование степенных и иррациональных функций, задание № 77422 (решение с использованием частных случаев).

### Задание 12 № 77422



Найдите наибольшее значение функции  $y = x^3 - 3x + 4$  на отрезке  $[-2; 0]$ .

**Решение.**

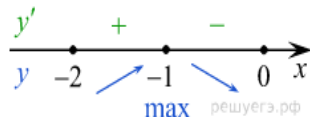
Найдем производную заданной функции:

$$y' = 3x^2 - 3 = 3(x^2 - 1) = 3(x+1)(x-1).$$

Найдем нули производной:

$$\begin{cases} 3(x+1)(x-1) = 0, \\ -2 \leq x \leq 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = -1, \\ x = 1, \end{cases} \Leftrightarrow x = -1.$$

Определим знаки производной функции и изобразим на рисунке поведение функции:



В точке  $x = -1$  заданная функция имеет максимум, являющийся ее наибольшим значением на заданном отрезке. Найдем это наибольшее значение:

$$y(-1) = -1 + 3 + 4 = 6.$$

Ответ: 6.

<https://ege.sdangia.ru/problem?id=77422>

Решение обоих примеров студенты записывают в рабочую тетрадь.

## Этап 6. Закрепление знаний и способов действий. 37 мин.

6.1. На каждой парте стоит нетбук. В течение 15 минут ребята, работая в парах, решают задачи с указанной ссылки.

<https://math-ege.sdangia.ru/test?theme=140&ttest=true>

Решение задач с сайта «Решу ЕГЭ» математика профильный уровень, задачи типа В12, наибольшее и наименьшее значение функций. Преподаватель консультирует при необходимости. Правильность решений проверяют на сайте, с подробным разбором решений задач. Выполняются следующие задания:

## 1 строка, исследование степенных и иррациональных функций, №77425

### Задание 12 № 77425



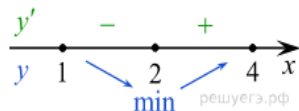
Найдите наименьшее значение функции  $y = x^3 - 3x^2 + 2$  на отрезке  $[1; 4]$ .

**Решение.**

Найдем производную заданной функции:

$$y' = 3x^2 - 6x = 3x(x - 2).$$

Производная обращается в нуль в точках 0 и 2, заданному отрезку принадлежит число 2. Определим знаки производной функции и изобразим на рисунке поведение функции:



В точке  $x = 2$  заданная функция имеет минимум, являющийся ее наименьшим значением на заданном отрезке. Найдем это наименьшее значение:

$$y(2) = 8 - 3 \cdot 4 + 2 = -2.$$

Ответ: -2.

## 3 строка, исследование произведений, №77476

### Задание 12 № 77476

Найдите наибольшее значение функции  $y = (8 - x)e^{x-7}$  на отрезке  $[3; 10]$ .

**Решение.**

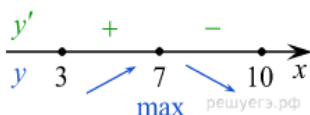
Найдем производную заданной функции:

$$\begin{aligned} y' &= ((8 - x)e^{x-7})' = (8 - x)'e^{x-7} + (8 - x)(e^{x-7})' = \\ &= (8 - x)e^{x-7} - e^{x-7} = (7 - x)e^{x-7}. \end{aligned}$$

Найдем нули производной:

$$\begin{cases} (7 - x)e^{x-7} = 0 \\ 3 \leq x \leq 10 \end{cases} \Leftrightarrow x = 7.$$

Определим знаки производной функции и изобразим на рисунке поведение функции:



В точке  $x = 7$  заданная функция имеет максимум, являющийся ее наибольшим значением на заданном отрезке. Найдем это наибольшее значение:  $y(7) = 1$

Ответ: 1.

## Строка 5, исследование тригонометрических функций, №26695

### Задание 12 № 26695

Найдите наибольшее значение функции  $y = 15x - 3 \sin x + 5$  на отрезке  $\left[-\frac{\pi}{2}; 0\right]$ .

**Решение.**

Найдем производную заданной функции:  $y' = 15 - 3 \cos x$ . Уравнение  $y' = 0$  не имеет решений, производная положительна при всех значениях переменной, поэтому заданная функция является возрастающей. Следовательно, наибольшим значением функции на заданном отрезке является

$$y(0) = 15 \cdot 0 - 3 \cdot 0 + 5 = 5.$$

Ответ: 5.

6.2. Задания, которые вызвали затруднения, разбираются у доски. 5 мин.

6.3. В рабочей тетради ребята выполняют задания из карточки. 12 мин.

Задание. Найдите наибольшее и наименьшее значения функций на отрезке:

№	пример	баллы
1	$f(x) = 1 + 8x - x^2$ $[2; 5]$	2
2	$f(x) = 3x^2 - 12x + 1$ $[1; 4]$	2
3	$f(x) = 5 - 8x - x^2$ $[-6; -3]$	2
4	$f(x) = 2x^3 - 3x^2 - 12x + 1$ $[4; 5]$	3
5	$f(x) = 2x^3 + 3x^2 - 12x - 1$ $[-1; 2]$	3
6	$f(x) = 2x^3 + 3x^2 + 2$ $[-2; 1]$	3
7	$f(x) = 2x^3 - 9x^2 - 3$ $[-1; 4]$	3

6.4. Самопроверка. 5 мин.

Проверка результатов выполнения заданий с помощью контрольного листа.

1.  $f(2) = \underline{13}$        $f(5) = \underline{16}$        $y'(x) = 8 - 2x$        $8 - 2x = 0$        $x = 4$        $f(4) = \underline{17}$

Ответ:  $\max_{[2;5]} y(4) = 17$        $\min_{[2;5]} y(2) = 13$       2 балла

2.  $f(1) = \underline{-8}$        $f(4) = \underline{1}$        $y'(x) = 6x - 12$        $6x - 12 = 0$        $x = 2$        $f(2) = \underline{-11}$

Ответ:  $\max_{[1;4]} y(4) = 1$        $\min_{[1;4]} y(2) = -11$       2 балла

3.  $f(-6) = \underline{17}$        $f(-3) = \underline{20}$        $y'(x) = -8 - 2x$        $-8 - 2x = 0$        $x = -4$        $f(-4) = \underline{21}$

Ответ:  $\max_{[-6;-3]} y(-4) = 21$        $\min_{[-6;-3]} y(-6) = 17$       2 балла

4.  $f(4) = \underline{33}$        $f(5) = \underline{116}$        $y'(x) = 6x^2 - 6x - 12$        $x^2 - x - 2 = 0$        $D = 9$

$x_{1,2} = 2; -1$        $2; -1 \notin [4; 5]$

Ответ:  $\max_{[4;5]} y(5) = 116$        $\min_{[4;5]} y(4) = 33$       3 балла

5.  $f(-1) = \underline{12}$        $f(2) = \underline{3}$        $y'(x) = 6x^2 + 6x - 12$        $x^2 + x - 2 = 0$        $D = 9$

$x_{1,2} = 1; -2$        $-2 \notin [-1; 2]$        $f(1) = \underline{-8}$

Ответ:  $\max_{[-1;2]} y(-1) = 12$        $\min_{[-1;2]} y(1) = -8$       3 балла

$$6. f(-2) = \underline{-2} \quad f(1) = \underline{7} \quad y'(x) = 6x^2 + 6x \quad x^2 + x = 0 \quad x_{1,2} = 0; -1$$

$$f(0) = \underline{2} \quad f(-1) = \underline{3}$$

Ответ:  $\max_{[-2;1]} y(1) = 7 \quad \min_{[-2;1]} y(-2) = -2 \quad 3 \text{ балла}$

$$7. f(-1) = \underline{-14} \quad f(4) = \underline{-19} \quad y'(x) = 6x^2 - 18x \quad x^2 - 3x = 0 \quad x_{1,2} = 0; 3$$

$$f(0) = \underline{-3} \quad f(3) = \underline{-30}$$

Ответ:  $\max_{[-1;4]} y(0) = -3 \quad \min_{[-1;4]} y(3) = -30 \quad 3 \text{ балла}$

**Этап 7. Подведение итогов занятия. 5 мин.**

Преподаватель озвучивает оценки, подводит итог урока, предлагает студентам высказать своё мнение об уроке (понравилась, не понравилась форма проведения урока).

**Этап 8. Информация о домашнем задании, инструктаж по его выполнению. 1 мин.**

**Резе**

**Дидактическое оснащение урока:**

Раздаточный материал – опорные схемы, карточки-задания, таблицы производных.

Дидактический материал - презентация к уроку.

**Домашнее задание:**

1. Записать конспект по теме. Платформа РЭШ, 11 класс, предмет: алгебра и начала математического анализа, урок № 17;

2. Выполнение ВСРС, решение задач типа В12 с сайта «Решу ЕГЭ», математика профильный уровень, с каждой строки по 3 задачи.